

CURSO 2002/2003.	SEPTIEMBRE. Principal.
Código de la Carrera 42	Código de la Asignatura 209.

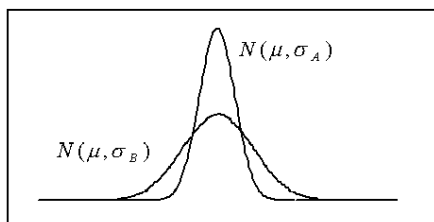
PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1. Sabiendo, que una de las condiciones que debe verificar $f(x)$ para que sea una función de densidad de la variable aleatoria continua X , es que: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$, explique el significado de dicha condición y el porqué de la misma.

Respuesta.-

Significa que el área comprendida entre la función de densidad $f(x)$ (que es una función no negativa) y el eje de abscisas, es 1, que equivale también a la probabilidad de que la variable aleatoria X , cuya función de densidad sea f , tome valores entre $-\infty$ y $+\infty$

2 En las dos funciones normales que se presentan, indicar cual tiene mayor varianza y explicar qué mide la varianza y como debe interpretarse.



Respuesta.-

La desviación típica σ es la mitad de la longitud del intervalo comprendido entre las abscisas de los puntos de inflexión. En este caso es mayor σ_B que σ_A y por tanto también es mayor la varianza σ_B^2 .

La varianza se define: $\sigma^2 = E[(X - E(X))^2]$, es decir, el valor esperado de los cuadrados de las desviaciones de la variable X respecto de $E(X)$.

3. Explicar la diferencia entre estimador y estimación.

Respuesta.-

Sea θ un parámetro poblacional desconocido. Un estimador $\hat{\theta}$ es una función de variables aleatorias muestrales, que usaremos para estimar el valor de θ .

Una estimación es cada uno de los posibles valores de $\hat{\theta}$.

Por ejemplo, si θ es la media poblacional μ , podemos tomar como estimador la media muestral para muestras de tamaño n , \bar{X} . Un valor de \bar{X} para una muestra concreta sería una estimación.

4. Indicar si los estimadores obtenidos por el método de los momentos son eficientes o no. Razonar la respuesta.

Respuesta.-

En general, no son insesgados, luego no son eficientes.

PROBLEMAS

1.- La ocupación en temporada alta por día en un hotel sigue una distribución uniforme de entre 200 a 250 camas. Se pide calcular:

- La probabilidad de que un día la ocupación sea superior a 230 camas.
- Calcular el porcentaje de días que tuvo una ocupación entre 215 y 240 camas.
- Calcular la ocupación media y su desviación típica.

Solución.- Al ser el nº de camas una variable discreta, efectuaremos la correspondiente corrección por continuidad:



La función de densidad será: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{51}, & 199,5 \leq x \leq 250,5 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$. Por tanto:

a) $P[X > 230] = \int_{230,5}^{250,5} \frac{1}{51} dx = \frac{1}{51} [x]_{230,5}^{250,5} = \frac{20}{51} \cong 0,39$.

b) Calcularemos el porcentaje de ocupación entre 215 y 240 ambos inclusive:

$$P[215 \leq X \leq 240] = \int_{214,5}^{240,5} \frac{1}{51} dx = \frac{1}{51} [x]_{214,5}^{240,5} = \frac{26}{51} \cong 0,51, \text{ es decir, el 51\% de los días.}$$

c) Se tiene que $\mu = \frac{a+b}{2}$ y $\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$, luego $\mu = \frac{199,5+250,5}{2} = 225$ y

$$\sigma^2 = \frac{51^2}{12} = \frac{2601}{12} = 216,75 \rightarrow \sigma \cong 14,72$$

2.- El gasto en telefonía móvil se distribuye según una normal con desviación típica 6 €. Se ha tomado una muestra aleatoria simple, en un mes tipo, a 100 usuarios y se ha obtenido que el gasto total es de 3600C.

a) Estimar el gasto medio mensual en telefonía móvil.

b) Construir un intervalo de confianza al 95% para el gasto medio mensual.

Solución.-

a) Usaremos como estimador del gasto medio mensual la media muestral de muestras de tamaño 100. Una estimación sería $\frac{3600}{100} = 36$ €.

b) Sabemos que la variable aleatoria $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}$ se distribuye $N(0, 1)$ y de las tablas se

deduce que $P\left[-1,96 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} \leq 1,96\right] = 0,95$. En nuestro caso: $-1,96 \leq \frac{36 - \mu}{6} 10 \leq 1,96 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 34,824 \leq \mu \leq 37,176$ que es el intervalo buscado.