



CURSO 2004/2005.	JUNIO. 1ª semana
Código de la Carrera 42	Código de la Asignatura 209.

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1. Razonar si el Coeficiente de variación se ve afectado por cambios de origen y de escala.

Respuesta.-

Consideremos la variable X sobre la que efectuamos un cambio de origen y escala, obteniéndose la variable $Y = aX + b$. Entonces $CV_X = \frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ y $CV_Y = \frac{\sigma_Y}{\bar{Y}} = \frac{|a|\sigma_X}{a\bar{X} + b}$ de donde se observa que si $a > 0$ y $b = 0$, $\sigma_X = \sigma_Y$ y, en cualquier otro caso, $\sigma_X \neq \sigma_Y$.

Conclusión: el coeficiente de variación no se ve afectado por cambios de escala (positivos) y sí se ve afectado por cambios de origen.

2. ¿Qué relación existe entre la distribución χ^2 y la Normal?

Respuesta.-

Una variable aleatoria χ^2 (con n grados de libertad) es suma de cuadrados de n variables aleatorias normales $N(0, 1)$, independientes.

3. ¿Son insesgados los estimadores obtenidos por el método de los momentos?

Respuesta.-

En general no son insesgados, aunque sí lo son si los parámetros a estimar son momentos poblacionales respecto del origen.

4. ¿De qué depende la precisión de la estimación por intervalos de confianza?

Respuesta.-

Depende del tamaño de la muestra, es decir, aumentando el tamaño de la muestra se obtienen intervalos de menor amplitud (más precisos).

PROBLEMAS

1.- Un empresario tiene dos concesionarios de coches, en uno de ellos vende al día 4 coches y en el otro vende 7, como cada concesionario está en una ciudad diferente se supone que las ventas de uno y otro son independientes. El empresario quiere conocer:

- La distribución de las ventas de ambos concesionarios al día.
- El valor esperado de ventas de ambos concesionarios y la varianza de las mismas para un día cualquiera.
- La probabilidad de que un día, entre los dos concesionarios se vendan menos de 2 coches.
- La probabilidad de que un día, entre ambos concesionarios se vendan más de 13 coches

Solución.-

a) El número de coches vendidos al día en un concesionario sigue una distribución de Poisson. En nuestro caso (suponemos que 4 y 7 son los respectivos promedios de coches vendidos en un día) tenemos la variable X_1 , Poisson de parámetro $\lambda_1 = 4$ y la variable X_2 , Poisson de parámetro $\lambda_2 = 7$. Así pues la venta (conjunta) de ambos concesionarios será la variable $Y = X_1 + X_2$, que es Poisson de parámetro $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = 11$.

b) $E(Y) = 11$ y $Var(Y) = 11$.



$$c) P(Y < 2) = \left(\frac{11^0}{0!} + \frac{11^1}{1!} \right) e^{-11} \cong 0,0002.$$

d) Puesto que $\lambda > 10$, aproximaremos por la normal, luego:

$$P(Y > 13) = (\text{corrección por continuidad}) = P(Y \geq 13,5) = (\text{tipificación}) = P\left(Z \geq \frac{2,5}{\sqrt{11}}\right) = \\ = P(Z \geq 0,7538) = (\text{tablas}) = 0,2255$$

2.- Se pretende estimar las ventas medias mensuales en los establecimientos comerciales de un municipio determinado. Para ello se obtiene información referente a 20 establecimientos seleccionados aleatoriamente para los que las ventas medias mensuales resultaron ser de 18.000 euros y la desviación típica de 1.500 euros.

Suponiendo que la variable “ventas medias” sigue una distribución normal. Calcular:

a) Intervalo de confianza al 90% de confianza para las ventas medias mensuales de los establecimientos comerciales de dicho municipio.

b) ¿Cuál debería ser el mínimo tamaño muestral elegido, para estimar con una confianza del 90% las ventas medias mensuales de los establecimientos comerciales de dicho municipio, admitiendo como mucho un error de 600 euros?.

Solución.-

a) La variable $\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n}$ se distribuye como una t-Student con n-1 grados de libertad; el

intervalo del 90% de confianza es $\left[\bar{X} - \frac{S \cdot t_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \frac{S \cdot t_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \right]$. donde $t_{\frac{\alpha}{2}}$ es tal que $P\left(t_{\frac{\alpha}{2}} \leq t \leq t_{\frac{\alpha}{2}}\right) =$

$= 0,9$. En nuestro caso, $\bar{X} = 18000$; $S = 1500$; $n = 20$ y de las tablas deducimos que $t_{\frac{\alpha}{2}} = 1,729$,

luego, sustituyendo se obtiene el intervalo $[17420,03, 18579,97]$.

b) De la expresión del intervalo de confianza $\left| \frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n} \right| \leq t_{\frac{\alpha}{2}}$ se obtiene que el error

$$|\bar{X} - \mu| \leq \frac{S \cdot t_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}. \text{ Para que sea a lo sumo de 600 € basta que } \frac{S \cdot t_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \leq 600 \rightarrow \sqrt{n} \geq \frac{S \cdot t_{\frac{\alpha}{2}}}{600} = \\ = \frac{1500 \cdot 1,729}{600} = 4,3228 \rightarrow n \geq 18,687. \text{ Bastará pues que } n \geq 19.$$