



INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA. (ADE). SEPTIEMBRE 2004 Examen tipo A
(Código de la asignatura 202. Código de la carrera 42)

PREGUNTAS TIPO TEST

1.- La varianza se define como:

- a) El momento de segundo orden respecto de la media. b) El momento de primer orden respecto de la media. c) El momento de segundo orden respecto del origen. d) Ninguna de las respuestas es correcta

Respuesta.- a) El momento de segundo orden respecto de la media.

2.- El índice de Fisher $g_2 = \frac{m_4}{S^4} - 3$:

- a) Mide la asimetría de una distribución. b) Es siempre mayor que 0. c) Mide el apuntamiento de una distribución. d) Ninguna de las respuestas es correcta

Respuesta.- c) Mide el apuntamiento de una distribución

3.- Si se lanza un dado al aire 2 veces, ¿Qué probabilidad tenemos de en el segundo lanzamiento obtener un número menor o igual a 2?

- a) 1/6 b) 1/3
c) 1/9 d) Ninguna de las respuestas es correcta

Respuesta.- b) 1/3

4.- En una distribución unimodal, cuando el coeficiente de asimetría de Fisher tome valores positivos, la moda será:

- a) Menor a la mediana b) Mayor a la media
c) Mayor a la mediana d) Ninguna de las respuestas es correcta

Respuesta.- d) Ninguna de las respuestas es correcta

(Explicación: por ejemplo, en las distribuciones $D_1 = \{1, 1, 3, 5, 7\}$ y $D_2 = \{1, 2, 3, 7, 7\}$ el coeficiente de asimetría es positivo -se obtiene respectivamente 0,36 y 0,87- mientras que en D_1 la moda es menor que la mediana y que la media y en D_2 la moda es mayor que la mediana)

5.- Cuando dos sucesos A y B son disjuntos se cumple:

- a) $(A \cap B) = 0$; b) $(A \cap B) \neq 0$; c) $(A \cup B) = 0$; d) Ninguna de las respuestas es correcta

Respuesta.- a) $(A \cap B) = 0$

6.- Dada la siguiente distribución unidimensional

x_i	-3	-2	-1	1	2	3
n_i	1	5	2	2	5	1

¿Qué medida de posición sería más representativa para esta distribución

- a) La media aritmética b) La mediana
c) La moda d) Ninguna de las respuestas es correcta

Respuesta.- c) La moda

7.- ¿Cual de las siguientes expresiones es correcta?

En una distribución de frecuencias unidimensional:

- a) El tercer cuartil coincide con el tercer decil. b) El primer cuartil coincide con la mediana. c) El segundo decil coincide con el segundo percentil. d) Ninguna de las respuestas es correcta.

Respuesta.- d) Ninguna de las respuestas es correcta.

8.- El índice de precios de Laspeyres utiliza como coeficientes de ponderación

- a) Las cantidades del período de comparación con precios del período base ($p_{i0}q_{it}$) ; b) El valor de las transacciones en el periodo base ($p_{i0}q_{i0}$); c) La suma de las cantidades actual y base;
d) Ninguna de las respuestas es correcta.

Respuesta.- b) El valor de las transacciones en el periodo base ($p_{i0}q_{i0}$).



9.- El error o residuo se obtiene mediante:

- a) La diferencia entre los valores de la variable dependiente observada (y_i) y los valores teóricos o estimados por la función (y_{ti}) al cuadrado
- b) La diferencia entre los valores de la variable dependiente observada (y_i) y los valores teóricos o estimados por la función (y_{ti})
- c) La diferencia entre los valores de la variable dependiente observada (y_i) y su media
- d) Ninguna de las respuestas es correcta

Respuesta.- b) La diferencia entre los valores de la variable dependiente observada (y_i) y los valores teóricos o estimados por la función (y_{ti}).

10.- El coeficiente de correlación parcial (R_{yx}) en el ajuste de un plano mide

- a) La evolución conjunta entre la variable dependiente y una de las independientes permaneciendo constante la otra variable explicativa
- b) La evolución conjunta entre la variable dependiente y las independientes
- c) La variación que se produce en la variable dependiente (y) cuando varía una de las variables independientes (x) manteniéndose constante la otra variable explicativa
- d) Ninguna de las respuestas es correcta

Respuesta.- a) La evolución conjunta entre la variable dependiente y una de las independientes permaneciendo constante la otra variable explicativa

EJERCICIOS PRÁCTICOS

Dada la siguiente tabla:

	1	2	3	4
3	1	3	0	2
5	0	1	4	3
6	1	0	5	2
9	2	6	3	1

Calcule: a) Las distribuciones marginales de frecuencias. b) Las medias, varianzas y la covarianza. c) El coeficiente de variación de Pearson.

Solución.-

Sumando respectivamente las frecuencias, por filas o por columnas, obtenemos las distribuciones marginales:

x_i	$n_{i\cdot}$	$x_i n_{i\cdot}$	x_i^2	$x_i^2 \cdot n_{i\cdot}$
3	6	18	9	54
5	8	40	25	200
6	8	48	36	288
9	12	108	81	972
	34	214		1514

y_j	$n_{\cdot j}$	$y_j n_{\cdot j}$	y_j^2	$y_j^2 \cdot n_{\cdot j}$
1	4	4	1	4
2	10	20	4	40
2	12	24	4	48
4	8	32	16	128
	34	80		220

$$a_{10} = \frac{214}{34} \cong 6,29$$

$$a_{20} = \frac{1514}{34} \cong 44,53$$

$$a_{01} = \frac{80}{34} \cong 2,35$$

$$a_{02} = \frac{220}{34} \cong 6,47$$

$$\text{Varianza}_x = m_{20} = a_{20} - a_{10}^2 \cong 4,91$$

$$\text{Varianza}_y = m_{02} = a_{02} - a_{01}^2 \cong 0,93$$

Para calcular la covarianza, calculamos, en la tabla inicial, los productos $x_i \cdot y_j \cdot n_{ij}$:



	1	2	3	4
3	3	18	0	24
5	0	10	60	60
6	6	0	90	48
9	18	108	81	36

La suma de todos los productos resulta 562, luego $a_{11} = \frac{562}{34} \cong 16,53$, de donde la

covarianza $m_{11} = a_{11} - a_{10} \cdot a_{01} \cong 1,72$.

El coeficiente de variación de Pearson de cada variable es :

$$CV_x = \frac{\sqrt{m_{20}}}{a_{10}} \cong 0,35; \quad CV_y = \frac{\sqrt{m_{02}}}{a_{01}} \cong 0,41$$

2.- Una empresa de fabricación de discos compactos fabrica tres tipos de discos. El 20% de su fabricación son discos del tipo 1, el 35% del tipo 2 y el 45% del tipo 3. Sabiendo que la probabilidad de fabricar un disco defectuoso del tipo 1 es del 1%, del tipo 2, del 4% y del tipo 3 del 2%, Se pide: a) Eligiendo un disco al azar, la probabilidad de que sea defectuoso. b) Sabiendo que el disco elegido al azar es defectuoso, que probabilidad hay de que sea de tipo 2.

Solución.-

a) Sea D el suceso “ser defectuoso”. Aplicando el teorema de la probabilidad total se obtiene que $P(D) = 0,2 \cdot 0,01 + 0,35 \cdot 0,04 + 0,45 \cdot 0,02 = 0,025$.

b) Del teorema de Bayes se obtiene que $P(\text{tipo 2} / D) = \frac{0,35 \cdot 0,04}{0,025} = 0,56$.

3.- Una determinada población del norte de España quiere analizar si el volumen de lluvia influye en el numero de visitantes que reciben en cada verano. Para ello disponen de la siguiente información, correspondiente a los últimos 4 años:

X	120	131	135	144
Y	25	22	21	17

siendo X el volumen de lluvia por metro cuadrado e Y el número de visitantes (expresado en miles). Calcular la recta de regresión y juzgue la bondad del ajuste. Justifique los resultados obtenidos.

Solución.-

Efectuamos los cálculos:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
120	25	14400	625	3000
131	22	17161	484	2882
135	21	18225	441	2835
144	17	20736	289	2448
530	85	70522	1839	11165

de donde:

$$a_{10} = 132,5$$

$$a_{01} = 21,25$$

$$m_{20} = 74,25$$

$$a_{20} = 17630,5$$

$$m_{02} = 8,1875$$

$$b = \frac{m_{11}}{m_{20}} \cong -0,33$$

$$a_{02} = 459,75$$

$$m_{11} = -24,375$$

$$a_{11} = 2791,25$$



y la recta de regresión Y/X:

$$y - 21,25 = -0,33(x - 132,5) \quad \leftrightarrow \quad y = -0,33x + 64,75$$

El coeficiente de correlación $R = \frac{m_{11}}{\sqrt{m_{20} \cdot m_{02}}} \cong -0,9886$, por lo tanto la dependencia es fuerte y la recta de regresión puede usarse para hacer predicciones.