



INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA. (ADE). FEBRERO 2005. EXAMEN TIPO A
(Código de la asignatura 202. Código de la carrera 42)

PREGUNTAS TIPO TEST:

1.- En una distribución $\bar{x} = 4$ y la $S_{xy}^2 = 16$. Definimos una nueva distribución $y = 2x + 1$. Entonces:

- a) $\bar{x} > \bar{y}$; b) $S_x^2 = S_y^2$
c) $S_x^2 < S_y^2$; d) Ninguna de las respuestas es correcta.

Respuesta.- c) $S_x^2 < S_y^2$

(Explicación: $S_y^2 = 4S_x^2$)

2.- La suma de las desviaciones de los valores de la variable de una distribución respecto a su media son siempre:

- a) Mayores que 0. b) Iguales a 0.
c) Igual a 1 d) Ninguna de las respuestas es correcta

Respuesta.- b) Iguales a 0.

3.- A partir de la información de la siguiente tabla de correlación, indique la respuesta correcta:

	1	2	3	
2	1	4	1	6
3	2	4	2	8
4	1	2	1	4
	4	10	4	18

- a) X e Y son independientes y $S_{xy} = 0$; b) X e Y son dependientes y $S_{xy} = 0$
c) X e Y son dependientes y $S_{xy} \neq 0$ d) Ninguna de las respuestas es correcta.

Respuesta.- b) X e Y son dependientes y $S_{xy} = 0$

(Explicación: X e Y son dependientes porque, por ejemplo, $\frac{n_{11}}{N} = \frac{1}{18} \neq \frac{n_{1\cdot}}{N} \cdot \frac{n_{\cdot 1}}{N} = \frac{4}{18} \cdot \frac{6}{18}$. Además calculando

S_{xy} se obtiene $S_{xy} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{104}{18} - \frac{52}{18} \cdot 2 = 0$)

4.- Cuando dos sucesos A y B son disjuntos se cumple:

- a) $(A \cap B) = 0$. b) $(A \cap B) \neq 0$.
c) $(A \cup B) = 0$. d) Ninguna de las respuestas es correcta.

Respuesta.- a) $(A \cap B) = 0$

5.- Si la concentración de renta de los n individuos de una determinada población es máxima:

- a) $I_g \cong 0$. b) $I_g = 1$. c) La curva de Lorenz es una recta que va desde el punto (0, 0) al punto (100, 100). ; d) Ninguna de las respuestas es correcta.

Respuesta.- b) $I_g = 1$

6.- Indique que tipo de medida utilizamos cuando queremos estudiar el grado de asociación existente entre dos variables cuantitativas x e y.

- a) El coeficiente de Determinación (R^2) b) El coeficiente de Variación de Pearson
c) El coeficiente de correlación (R) d) Ninguna de las respuestas es correcta.

Respuesta.- c) El coeficiente de correlación (R)

7.- El coeficiente de variación de Pearson:



- a) Permite comparar distribuciones, únicamente si tienen el mismo número de elementos. b) No varía al efectuar un cambio de origen. c) Carece de unidades de medida. d) Ninguna de las respuestas es correcta.

Respuesta.- c) Carece de unidades de medida.

8.- La expresión $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$ se cumple si:

- a) $P(A) < P(B)$. b) En todos los casos.
c) $P(B) > P(A)$. d) Ninguna de las respuestas es correcta.

Respuesta.- b) En todos los casos.

9.- Si la varianza residual es 0:

- a) La varianza de la variable dependiente es menor que la varianza explicada por la regresión ; b) El coeficiente de determinación es igual a 1; c) La varianza de la variable dependiente es igual a la varianza explicada por la regresión; d) Ninguna de las respuestas es correcta.

Respuesta.- La b) o la c) son correctas.

10 - La moneda de un determinado país se deflacta un 5% anual respecto al año precedente. Disponemos de los valores del patrimonio de una persona:

Año	2000	2001	2002	2003
Valor patrimonio	10	12	15	19

El valor del patrimonio de esta persona en el año 2003, una vez deflactada la serie, tomando como base el año 2000, sería:

- a) 13,54 b) 15,48
c) 16,29 d) Ninguna de las respuestas es correcta.

Respuesta.- c) 16,29

(Explicación: Sean 100, I_1 , I_2 , I_3 los índices de precios de los años 2000, 2001, 2002, y 2003 respectivamente (base año 2000). Consideremos q unidades monetarias del año 2000 y q u.m. del año 2001. Estas últimas deflactadas serán

$$\frac{100q}{I_1} = 0,95q \text{ (u.m. del año 2000), de donde } I_1 = \frac{100}{0,95} \cong 105,26. \text{ Análogamente } I_2 = \frac{I_1}{0,95} \cong 110,80, \text{ e } I_3 = \frac{I_2}{0,95} \cong$$

$$\cong 116,635. \text{ Así pues el valor del patrimonio en el año 2003, deflactado, tomando como base el año 2000, sería: } \frac{19 \cdot 100}{116,635} \cong 16,29)$$

EJERCICIOS PRÁCTICOS

1.-Un empresario desea conocer si el volumen de sus beneficios varía en función del número de empleados que tiene en plantilla:

Número de empleados	Beneficios Netos (miles de €)
10	35
20	32
30	30
40	25

Hallar: a) La recta de regresión. b) los residuos. c) el coeficiente de determinación. Razone todas sus respuestas.

Solución.-

a) Construimos la tabla:



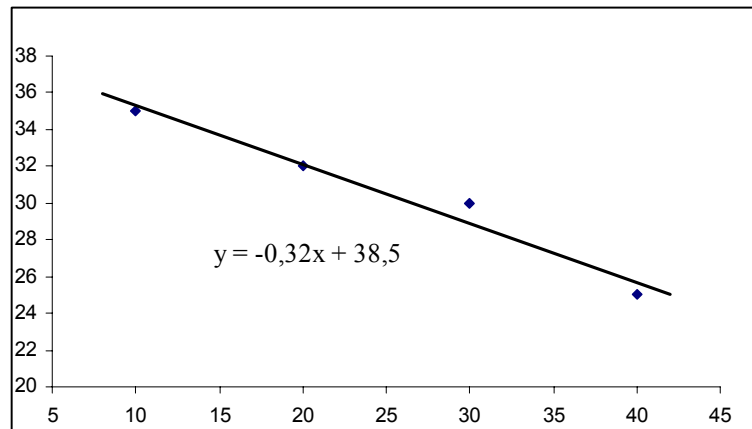
x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$	Residuos $e_i = y_i - a - b x_i$
10	35	100	1225	350	-0,3
20	32	400	1024	640	-0,1
30	30	900	900	900	1,1
40	25	1600	625	1000	-0,7
100	122	3000	3774	2890	

De donde se obtienen los promedios y las varianzas:

$$\begin{aligned} a_{10} &= 25 & m_{11} &= -40 \\ a_{01} &= 30,5 & m_{20} &= 125 \\ a_{11} &= 722,5 & m_{02} &= 13,25 \\ a_{20} &= 750943,5 \\ a_{02} &= 943,5 \end{aligned}$$

y de aquí los coeficientes de la recta de regresión: $b = \frac{m_{11}}{m_{20}} = -0,32$ y $a = a_{01} - b \cdot a_{10} = 38,5$,

luego la recta sería $y = -0,32x + 38,5$



b) Los residuos $e_i = y_i - a - b x_i$, obteniéndose: $e_1 = -0,3$; $e_2 = -0,1$; $e_3 = 1,1$ y $e_4 = -0,7$

c) El coeficiente de determinación $R^2 = \frac{m_{11}}{m_{20} \cdot m_{02}} \cong 0,966$

2.- En la siguiente tabla se representan los salarios de una determinada empresa:

Salarios	500-800	800-1200	1200-2000	2000-5000
Nº de empleados	10	14	25	2

Calcular el índice de Gini e interpretar el resultado.



Solución.-

Construimos la tabla:

x_i = marcas de clase	n_i	$x_i \cdot n_i$	$u_i = \sum_{j=1}^i x_j \cdot n_j$	$q_i = \frac{u_i}{u_4}$	N_i^\uparrow	$p_i = \frac{N_i^\uparrow}{N} \cdot 100$
650	10	6500	6500	9,63	10	19,61
1000	14	14000	20500	30,37	24	47,06
1600	25	40000	60500	89,63	49	96,08
3500	2	7000	67500		51	
	$N=51$			129,63		162,75

De donde el índice de Gini:

$$I_G = \frac{\sum_{i=1}^3 p_i - \sum_{i=1}^3 q_i}{\sum_{i=1}^3 p_i} = \frac{162,75 - 129,63}{162,75} \cong 0,203$$

Podemos afirmar que el nivel de concentración de salarios es bajo y hay una aceptable equidistribución de los ingresos.

3.- Dada la siguiente distribución bidimensional:

	1	4	2
2	1	3	1
4	3	6	3
5	2	0	1

Calcular: **a)** las distribuciones marginales de frecuencias, **b)** la covarianza y **c)** el coeficiente de correlación.

Solución.-

Las distribuciones marginales:

y_j	1	4	2			
x_i				$n_{i\cdot}$	$x_i \cdot n_{i\cdot}$	$x_i^2 \cdot n_{i\cdot}$
2	1	3	1	5	10	20
4	3	6	3	12	48	192
5	2	0	1	3	15	75
$n_{\cdot j}$	6	9	5	20	73	287
$y_j \cdot n_{\cdot j}$	6	36	10	52		
$y_j^2 \cdot n_{\cdot j}$	6	144	20	170		

Además, la tabla de los valores $\sum_{i,j} x_i y_j n_{ij}$ es:

			Totales
2	24	4	30
12	96	24	132
10	0	10	20
			182

De aquí obtenemos:



$$a_{10} = 3,65$$

$$a_{01} = 2,6$$

$$a_{11} = 9,1$$

$$a_{20} = 14,35$$

$$a_{02} = 8,5$$

$$m_{20} = 1,0275$$

$$m_{02} = 1,74$$

b) La covarianza $m_{11} = a_{11} - a_{10} \cdot a_{01} = -0,39$

c) El coeficiente de correlación $R = \frac{m_{11}}{\sqrt{m_{20} \cdot m_{02}}} \cong -0,292$