



INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA. (ADE). SEPTIEMBRE 2007. Examen tipo A
(Código de la asignatura 202. Código de la carrera 42)

PREGUNTAS TIPO TEST:

1.- De una variable estadística X se sabe que $\bar{X}=16$, $Mo=2$, $S_x^2=10$. Realizamos un cambio de origen y de escala a los valores de dicha variable denominando la nueva variable $Z=2X-6$. ¿cuál será el valor de \bar{Z} , Mo , S_z^2 de la nueva variable?
a) $\bar{Z}=26$, $Mo=2$, $S_z^2=40$. **b) $\bar{Z}=26$, $Mo=-2$, $S_z^2=40$.** c) $\bar{Z}=26$, $Mo=4$, $S_z^2=40$. d) Ninguna respuesta es correcta

2.-Indique cuál de estas afirmaciones es verdadera

- a) La suma de las desviaciones de la variable con respecto a su media es siempre mayor que 0 ($\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) > 0$)
b) La suma de las desviaciones de los residuos de una variable con respecto a su media es siempre 0 ($\sum (e_i - \bar{e}) = 0$)
c) La suma de las desviaciones al cuadrado de los residuos de una variable con respecto a su media es siempre 0 ($\sum (e_i - \bar{e})^2 = 0$)
d) Ninguna de las respuestas es correcta.

3.- Indique cuál de estas afirmaciones es verdadera

- a) La media aritmética coincide con la media aritmética ponderada cuando las ponderaciones son las frecuencias absolutas.**
b) La media aritmética es la inversa de la media armónica.
c) En una distribución de frecuencias unidimensional el valor de la media aritmética siempre es menor que el de la media armónica.
d) Ninguna de las respuestas es correcta.

4.- En un grupo de empresas se ha estudiado "la edad de los trabajadores" (X) y "el salario mensual en euros" (Y). Según estos datos indique la respuesta correcta.

X/Y	800-1000	1000-1200	1200-1400
30-35	14	2	1
35-40	1	19	4
40-45	1	5	8

- a) El salario medio mensual es 1100 €.
c) El salario medio mensual es 1016,36 €.
b) La edad media de los trabajadores esta entre 35-40
d) Ninguna de las respuestas es correcta.

5.- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) Desestacionalizar una serie consiste en eliminar las variaciones a largo plazo
b) La tendencia representa el comportamiento a largo plazo de la serie
c) Desestacionalizar una serie consiste en eliminar cualquier variación de la serie temporal
d) Ninguna de las respuestas es correcta.

6.- De una muestra de 12 observaciones de las variables X, Y se tiene la siguiente información: $\bar{X}=72,25$, $\bar{Y}=4,56$, $s_x^2=235,4$, $s_y^2=0,0687$, $s_{xy}=-3,97$. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

- a) el valor del coeficiente de regresión y del término independiente es negativo**
b) el coeficiente de regresión y de correlación tienen el mismo signo
c) según los resultados obtenidos podemos interpretar que ante un aumento de los valores de la variable X, la variable Y aumenta
d) Ninguna de las respuestas es correcta.

7.- Se ha realizado un ajuste de 2 variables X, Y obteniéndose los siguientes resultados: $Y=15,52+16,63X$, $S_y^2=525,5$, $S_{xy}=20,4$, $S_{yy}^2=180,2$ (S_{yy}^2 =varianza residual). Indique cual de las respuestas es correcta

- a) $R^2=0,657$** b) $R^2=0,0034$ c) $R^2=0,996$ d) Ninguna de las respuestas es correcta.

8.- Un inversor compró un paquete de acciones en enero de 2005 por 12.000 €. En enero de 2007 lo vendió por 13.825 €. Si la inflación interanual de enero de 2005 a 2007 ha sido del 3% y 2% respectivamente, el beneficio obtenido por el inversor en unidades monetarias constantes ha sido

- a) -665,855 € b) 1825 € **c) 1159,145 €** d) Ninguna de las respuestas es correcta

9.- Sean n-sucesos disjuntos $A_1, \dots, A_n \in \mathcal{A}$, con $P(A_i) > 0$ y tales que forman un sistema completo de sucesos, entonces para cualquier $B \in \mathcal{A}$, se verifica

- a) $P(A_i/B) = \frac{P(A_i)P(B/A_i)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B/A_i)}$** b) $P(A_i/B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B/A_i)$ c) $P(B/A_i) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ d) Ninguna es correcta

10.-Cuál de estas afirmaciones es falsa:

- a) Cualquier probabilidad ($P(A)$) cumple $P(A) \geq 0$
c) La probabilidad de un suceso cierto es siempre 1
b) La probabilidad de un suceso imposible es siempre igual a 0
d) Ninguna de las respuestas es correcta

Algunas aclaraciones.-

1.- Consideramos que en el apartado b, donde dice $S_z = 40$, quiere decir $S_z^2 = 40$.

4.- Se obtiene un salario medio mensual de 1089,09 € y una edad media de 37,23 años.

7.- Se tiene que $R^2 = \frac{S_{yt}^2}{S_y^2} = \frac{S_y^2 - S_{ry}^2}{S_y^2} = \frac{525,5 - 180,2}{525,5} \cong 0,6570$



8.- Deflactamos los euros corrientes (del 2007) para convertirlos en euros constantes (del 2005): $\frac{13825}{1,02 \cdot 1,03} = \frac{13825}{1,0506} \cong 13159,147$. Luego el beneficio es $13159,147 - 12000 \cong 1159,147$ euros de 2005.

PROBLEMAS.-

1.- Se tienen los siguientes 12 datos que corresponden a las ventas y gastos de promoción de una empresa

Ventas (Y)	32	43	60	75	75	75	79	80	81
Gastos prom (X)	2,4	2,2	2,1	3,6	4,7	3,9	2,4	4,0	3,3

Obtenga: 1.- La recta de regresión de Y/X 2.- bondad de ajuste y la varianza residual. Razone todos los resultados obtenidos

Solución.-

Efectuamos los cálculos en la siguiente tabla:

Gastos prom (x_i)	Ventas (y_i)	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
2,4	32	5,76	1024	76,8
2,2	43	4,84	1849	94,6
2,1	60	4,41	3600	126
3,6	75	12,96	5625	270
4,7	75	22,09	5625	352,5
3,9	75	15,21	5625	292,5
2,4	79	5,76	6241	189,6
4	80	16	6400	320
3,3	81	10,89	6561	267,3
28,6	600	97,92	42550	1989,3

De donde obtenemos los momentos:

$$\begin{aligned} a_{10} &= 3,18 & m_{11} &= 9,18 \\ a_{01} &= 66,67 & m_{20} &= 0,78 \\ a_{11} &= 221,03 & m_{02} &= 283,33 \\ a_{20} &= 10,88 \\ a_{02} &= 4727,78 \end{aligned}$$

Se tendrá:

1) La recta de regresión de Y/X: $y - 66,67 = \frac{9,18}{0,78}(x - 3,18) \leftrightarrow y = 11,745x + 29,343$

2) El coeficiente de determinación $R^2 = \frac{m_{11}^2}{m_{20} \cdot m_{02}} = \frac{9,18^2}{0,78 \cdot 283,33} = 0,3806$ y la varianza

residual: $S_{ry}^2 = m_{02} - \frac{m_{11}^2}{m_{20}} = 283,33 - \frac{9,18^2}{0,78} = 175,496$. El valor del coeficiente de determinación

indica que la recta de regresión no se ajusta adecuadamente a la nube de puntos.



2.-Al problema anterior le añadimos una variable explicativa más (índice de precios) Por lo tanto los datos serán ahora.

Ventas (Y)	32	43	60	75	75	75	79	80	81
Gastos prom (X ₁)	2,4	2,2	2,1	3,6	4,7	3,9	2,4	4,0	3,3
I.Precios. (X ₂)	98,7	100,1	100,1	99,0	97,0	99,7	101,1	99,8	100,2

Obtenga el plano de regresión $Y=a +b_1X_1 +b_2X_2$

Solución.-

Resolveremos el problema matricialmente. Sabemos que $b = (x'x)^{-1} \cdot x'y$, donde:

$$b = \begin{pmatrix} a \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}; x'x = \begin{pmatrix} 9 & \sum X_{1i} & \sum X_{2i} \\ \sum X_{1i} & \sum X_{1i}^2 & \sum X_{1i}X_{2i} \\ \sum X_{2i} & \sum X_{1i}X_{2i} & \sum X_{2i}^2 \end{pmatrix}; x'y = \begin{pmatrix} \sum Y_i \\ \sum X_{1i} Y_i \\ \sum X_{2i} Y_i \end{pmatrix}$$

Efectuamos los cálculos (las columnas sombreadas se copian del problema anterior):

X ₁	X ₂	Y	X ₁ ²	X ₂ ²	X ₁ ·X ₂	X ₁ Y	X ₂ Y
2,4	98,7	32	5,76	9741,69	236,88	76,80	3158,40
2,2	100,1	43	4,84	10020,01	220,22	94,60	4304,30
2,1	100,1	60	4,41	10020,01	210,21	126,00	6006,00
3,6	99,0	75	12,96	9801,00	356,40	270,00	7425,00
4,7	97,0	75	22,09	9409,00	455,90	352,50	7275,00
3,9	99,7	75	15,21	9940,09	388,83	292,50	7477,50
2,4	101,1	79	5,76	10221,21	242,64	189,60	7986,90
4	99,8	80	16,00	9960,04	399,20	320,00	7984,00
3,3	100,2	81	10,89	10040,04	330,66	267,30	8116,20
28,6	895,7	600	97,92	89153,09	2840,94	1989,30	59733,30

de donde:

$$x'x = \begin{pmatrix} 9 & 28,6 & 895,7 \\ 28,6 & 97,92 & 2840,94 \\ 895,7 & 2840,94 & 89153,09 \end{pmatrix}, x'y = \begin{pmatrix} 600 \\ 1989,30 \\ 59733,30 \end{pmatrix}$$

Se obtiene la matriz inversa de $x'x$:

$$(x'x)^{-1} = \begin{pmatrix} 1543,1 & -12,13 & -15,116 \\ -12,13 & 0,23 & 0,1145 \\ -15,116 & 0,1145 & 0,1482 \end{pmatrix} \rightarrow b = (x'x)^{-1} \cdot x'y = \begin{pmatrix} -1194,2 \\ 21,376 \\ 12,437 \end{pmatrix}$$

El plano de regresión resulta: $Y = -1194,2 + 21,376X_1 + 12,437X_2$

3.-Sean dos urnas, la 1ª urna contiene 5 bolas rojas y 7 blancas, la 2ª urna contiene 4 bolas rojas y 3 blancas. Se realiza una extracción de una bola al azar de la 1ª urna y se devuelve pero por error en lugar de introducirla de nuevo en la 1ª urna se introduce en la 2ª urna, a continuación se extrae también al azar una bola de la 2ª urna. Calcúlese la probabilidad de que esta bola sea roja.

Solución.-

Sean los sucesos: R = “la bola de la 2ª urna es roja”, r = “la bola de la 1ª urna es roja”; b = “la bola de la 1ª urna es blanca”. Por el teorema de la probabilidad total se cumple que:

$$P(R) = P(r) \cdot P(R/r) + P(b) \cdot P(R/b) = \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{8} + \frac{7}{12} \cdot \frac{4}{8} = \frac{53}{96} \cong 0,55$$