



ESTADÍSTICA TEÓRICA I. SEPTIEMBRE 2003
Código asignatura. 207. Código carrera 43. Tipo examen A.

PREGUNTAS TIPO TEST:

1ª) Dados los sucesos A y B con $P(A) = P(B) = \frac{1}{3}$ donde A y B son independientes ¿Cuál es $P(A \cap \bar{B})$?

- a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{2}{9}$; c) $\frac{1}{3}$; d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta: b) $\frac{2}{9}$

2ª) Las variables η_i son $N(5,5)$ e independientes. Si $Z = \sum_{i=1}^n \eta_i$, la distribución de la v. a. $W = \frac{Z}{5n}$ es: a) $N(5n, \sqrt{5n})$; b) $N\left(1, \frac{1}{n}\right)$; c) $N(1, 1)$; d) Ninguna es correcta.

Respuesta: b) $N\left(1, \frac{1}{n}\right)$

3ª) Una moneda regular se lanza al aire 10 veces. La probabilidad de obtener 5 caras y 5 cruces es:

- a) $(1/2)^{10}$; b) $(1/2)^5$; c) 0.5 ; d) Ninguna es cierta.

Respuesta: d) Ninguna es cierta.

4ª) Dada una v.a. ξ con $f(x) = kx^4$ para $0 \leq x \leq 1$ ¿Cuál es $P(|\xi| \geq 1/2)$?

- a) $\cong 0.16987$; b) $\cong 0.03125$; c) $\cong 0.96875$; d) Ninguna es cierta.

Respuesta: c) $\cong 0.96875$

5ª) Si dos variables aleatorias son estadísticamente independientes:

- a) $\rho = 0$; b) $\rho \neq 0$; c) $\rho = 1$; d) Ninguna es cierta.

Respuesta: a) $\rho = 0$

6ª) Dada la v. a. ξ que tiene media y varianza finitas. La probabilidad de que esa v.a. difiera de su media un valor mayor o igual que 3.5 veces su desviación típica es:

- a) ≤ 0.08163 ; b) ≥ 0.08163 ; c) ≤ 0.28571 ; d) Ninguna es cierta.

Respuesta: a) ≤ 0.08163

7ª) Sean x, y v.a. tales que se cumple: $E\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{E(x)}{E(y)}$, entonces el valor de $\text{Cov}\left(\frac{x}{y}, y\right)$ es:

- a) $E(x)E(y)$; b) $E(x)$; c) 0; d) Ninguna es cierta.

Respuesta: c) 0

8ª) Dadas ξ_i , n v.a. independientes que siguen la misma distribución de Poisson $P(\lambda)$. La función característica de la v.a. $\eta = \sum_{i=1}^n \xi_i$ es:

- a) $e^{n\lambda(e^{it}-1)}$; b) $e^{\lambda(e^{it}-1)}$; c) $e^{n\lambda(e^{it}-n)}$; d) Ninguna

Respuesta: a) $e^{n\lambda(e^{it}-1)}$

9ª) La función característica de una variable aleatoria verifica que:

- a) $\varphi(1) = 0$; b) $\varphi(0) = 1$; c) $\varphi(0) = 0$; d) Ninguna es correcta.

Respuesta: b) $\varphi(0) = 1$



10ª) Si η es $N(2; 0,1)$ y $P(a \leq \eta \leq 2,2) = 0,6508$ ¿Cuál es el valor de a ?

a) -1,955; b) 2,045; c) 1,955; d) Ninguna es correcta.

Respuesta: c) 1,955

EJERCICIOS PRÁCTICOS:

1º) Una cooperativa agrícola, realiza un estudio que evalúe la producción en la próxima cosecha. La conclusión es presentada a través de la siguiente función: $f(x) = kx(10 - x)$, (x expresada en miles de unidades). Admitiéndose como producción mínima 1.000 unidades y como máxima 10.000 unidades. Calcular:

a) Valor de k para que sea función de densidad y el valor de la función de distribución.

b) Producción esperada.

c) La probabilidad de que la producción esté entre 2.000 y 6.000 unidades.

Solución.-

$$a) \quad 1 = k \int_1^{10} x(10 - x)dx = k \left[5x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_1^{10} = 162k \rightarrow k = \frac{1}{162}$$

$$F(x) = \int_1^x f(t)dt = \frac{1}{162} \int_1^x t(10 - t)dt = \frac{1}{162} \left[5t^2 - \frac{t^3}{3} \right]_1^x = \frac{1}{486} (-x^3 + 15x^2 - 14)$$

$$b) \quad E(X) = \frac{1}{162} \int_1^{10} x^2(10 - x)dx = \frac{1}{162} \left[\frac{10x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right]_1^{10} = 5,125 \text{ miles de unidades}$$

$$c) \quad P[2000 < X < 6000] = F(6) - F(2) = \frac{272}{486} \cong 0,5597$$

2º) Una empresa que fabrica productos artesanales, observa que sus ventas han disminuido. Realiza un estudio sobre la demanda de éstos productos y obtiene que la demanda diaria se distribuye normalmente, con media 5.000 unidades y desviación típica 500 unidades. Para no crear una página web, la empresa necesita que la demanda de dos semanas sea superior a 68.000 unidades. ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa cree la página web para dar a conocer la empresa en todo el mundo?.

Solución.-

La variable ξ_i = “producción del día i -ésimo” es $N(5000, 500)$, luego la variable $\xi = \sum_{i=1}^{14} \xi_i$ será $N(70000, 500\sqrt{14}) \cong N(70000; 1870,83)$. Para crear la página web debe ser

$$\xi \leq 68000, \text{ luego: } P[\xi \leq 68000] = P\left[Z \leq \frac{68000 - 70000}{1870,83}\right] = P[Z \leq -1,0690] = 0,1425$$