



ESTADÍSTICA TEÓRICA I. JUNIO 2004
Código asignatura. 207. Código carrera 43. Tipo examen A.

PREGUNTAS TIPO TEST:

1ª) .- Dados los sucesos A y B con $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,3$ y $P(A \cap B) = 0,21$. Podemos afirmar:

- a) A y B son disjuntos; b) A y B no son independientes; c) A y B son independientes;
d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta.- c) A y B son independientes

2ª) La función característica de una v.a. es: $\varphi(t) = \frac{e^{2it}}{2}$, ¿cuál es su media?:

- a) e^{2i} ; b) 1; c) 0; d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta.- El enunciado contiene un error: para una función característica se cumple que $\varphi(0) = 1$, luego la función dada no puede ser función característica.

3ª) .- Dadas las v.a ξ y η , definimos las v.a $\omega = \xi + h$ y $\upsilon = \eta + s$. ¿Cuál es la $\text{cov}(\omega, \upsilon)$?

- a) $\text{cov}(\omega, \upsilon) = \text{cov}(\xi, \eta)$; b) $\text{cov}(\omega, \upsilon) = h \text{scov}(\xi, \eta)$; c) $\text{cov}(\omega, \upsilon) = h^2 s^2 \text{cov}(\xi, \eta)$;
d) Ninguna es cierta.

Respuesta.- a) $\text{cov}(\omega, \upsilon) = \text{cov}(\xi, \eta)$

Explicación: Sabemos que para dos variables cualesquiera se cumple que $\text{Cov}(\omega, \upsilon) = E(\omega \cdot \upsilon) - E(\omega) \cdot E(\upsilon)$. Para las variables dadas se tendrá (se sobreentiende que h y s son constantes):

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\omega, \upsilon) &= E(\xi \cdot \eta + h\eta + s\xi + hs) - E(\xi + h) \cdot E(\eta + s) = E(\xi \cdot \eta) + hE(\eta) + sE(\xi) + hs - [E(\xi) + h][E(\eta) + s] = \\ &= E(\xi \cdot \eta) + hE(\eta) + sE(\xi) + hs - E(\xi)E(\eta) - hE(\eta) - sE(\xi) - hs = E(\xi \cdot \eta) - E(\xi)E(\eta) = \text{Cov}(\xi, \eta) \end{aligned}$$

4ª) . Dada una función de distribución F, se verifica que:

- a) $F(-\infty) = F(+\infty) = 1$ b) $F(-\infty) = F(+\infty) = 0$; c) $F(-\infty) = 0$; $F(+\infty) = 1$; d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta.- c) $F(-\infty) = 0$; $F(+\infty) = 1$

5ª).-Dadas las va, independientes $\xi_1 = B(2, 0'3)$ y $\xi_2 = B(5, 0'3)$, la distribución de la v.a. $\xi_1 + \xi_2$ es:

- a) $B(7, 0'09)$; b) $B(7, 0'3)$; c) $B(7, 0'6)$; d) Ninguna es cierta.

Respuesta.- b) $B(7, 0'3)$

6ª) .- Dadas ξ_1, \dots, ξ_n , v.a independientes distribuidas $N(0,1)$. La distribución de la v.a $\eta = \xi_1^2 + \dots + \xi_n^2$ es:

- a) $N(0, n)$; b) $\chi^2(n)$; c) $N(0, 1)$; d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta.- b) $\chi^2(n)$

7ª) Si la va. ξ tiene $E(\xi) = 2$; $E(\xi^2) = 10$. ¿Cuál es la $V(\eta)$, siendo $\eta = -5 + 2\xi$?

- a) 24; b) 12; c) 19; d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta.- a) 24

Explicación: $V(\eta) = E[\eta - E(\eta)]^2 = E[-5 + 2\xi + 5 - 2E(\xi)]^2 = 4E[\xi - E(\xi)]^2 = 4V(\xi) = 4[E(\xi^2) - E^2(\xi)] = 4(10 - 4) = 24$.

8ª) .- La función de distribución conjunta para una v.a bidimensional continua (ξ, η) se define como:



a) $F(x, y) = \int_{-\infty}^y f_2(y)dy$; b) $F(x, y) = \int_{-\infty}^x f_1(x)dx$; c) $F(x,y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(x,y)dxdy$;

d) Ninguna es correcta.

Respuesta.- c) $F(x,y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(x,y)dxdy$

9ª) Sean las v.a independientes $\xi_1 = N(1, 2)$ y $\xi_2 = N(1, 1)$, se define la v.a. $\eta = \xi_1 + \xi_2 + 1$ ¿cuál es la $P(\eta \leq 0,54)$?:

a) 08643; b) - 0'1357; c) 0'1357; d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta.- c) 0'1357

Aclaración: De la propiedad aditiva de la normal (ver U.D.) se deduce que η es normal

$N(3, \sqrt{5})$ luego $P(\eta \leq 0,54) = (\text{tipificando}) = P\left(Z \leq \frac{0,54-3}{\sqrt{5}}\right) = P(Z \leq -1,1) = (\text{tablas}) = 0'1357$

10ª) Dada una v.a. ξ con $f(x) = kx^2(x+6)$ para $0 \leq x \leq 2$, la $P(|\xi| \leq 1)$ será:

a) 9/80; b) 0; c) 1/5; d) Ninguna es correcta.

Respuesta.- a) 9/80

EJERCICIOS PRÁCTICOS:

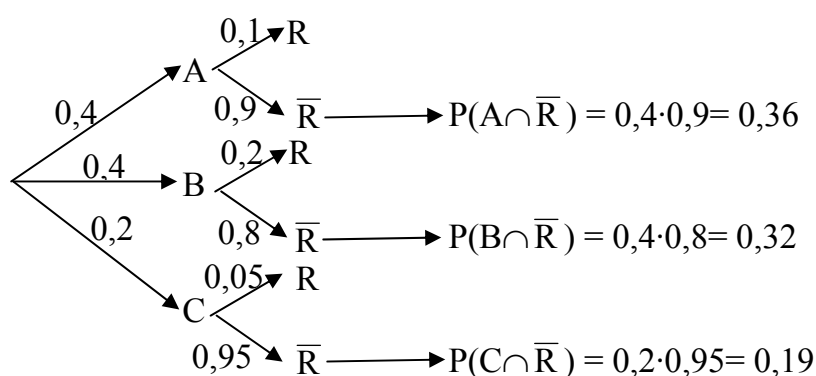
1º.- Una multinacional realiza sus ventas en tres países diferentes (A;B,C) . El 40% de las ventas de la multinacional corresponden al país A y en el país B se realizan el doble de ventas que en el país C. El porcentaje de ventas en las que se producen retrasos en el pago es del 10%, 20% y 5% en los países A, B y C respectivamente.

a) ¿Qué porcentaje de las ventas en las que no se ha retrasado el pago han sido realizadas en el país A?

b) Entre las ventas que no han sufrido retraso en el pago, ¿cuál es el porcentaje de las que corresponden a los países B o C?

Solución.-

Siendo los sucesos A = “las ventas se realizan en el país A”; B = “las ventas se realizan en el país B”; C = “las ventas se realizan en el país C” y R = “se producen retrasos en el pago”, podemos organizar los datos mediante el siguiente diagrama en árbol:



Se tiene: a) $P(A/\bar{R}) = \frac{0,36}{0,36 + 0,32 + 0,19} = \frac{0,36}{0,87} \cong 0,414 \rightarrow \text{el } 41,4 \%$

b) $P(B \cup C/\bar{R}) = 1 - P(A/\bar{R}) \cong 0,586 \rightarrow \text{el } 58,6 \%$

2º.- El número de personas que llegan en una hora a una ventanilla de una sucursal de una entidad bancaria, sigue una distribución de Poisson con media 5. Si acuden a la ventanilla más de 4 personas en una hora se forma cola.



- a) ¿Cuál es la probabilidad de que se forme cola en una ventanilla en una hora determinada?
b) Si en la sucursal hay 5 ventanillas independientes, ¿cuál es la probabilidad de que en una hora se forme cola en 2 de esas 5 ventanillas?.

Solución.-

a) $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \sum_{x=0}^4 \frac{5^x}{x!} e^{-5} = 0,5595.. \cong 0,56$

- b) La variable $Y =$ “nº de ventanillas con cola” es binomial $B(5; 0,56)$. Así pues:

$$P(Y = 2) = \binom{5}{2} (0,56)^2 (0,44)^3 \cong 0,267$$