



**ESTADÍSTICA TEÓRICA I. JUNIO 2005. 2ª semana**  
**Código asignatura. 207. Código carrera 43. Tipo examen A.**

**PREGUNTAS TIPO TEST:**

1ª.- Lanzamos una vez un dado ideal. Si sabemos que la puntuación que ha salido es par, la probabilidad que resulte el 4 es igual a:

- a)  $1/2$       ☒ b)  $1/3$       c)  $1/6$       d) Ninguna de las anteriores.

2ª.- El valor de "b" que verifica para  $\chi^2(40)$  la relación  $P(\chi^2(40) \geq b) = 0,0051$  es:

- a) 65,64      b) 11,46      c) 5,73      ☒ d) Ninguna de las anteriores.

3ª.- El coeficiente de asimetría de Fisher es:

- ☒ a) Adimensional      b) Una medida de posición      c) Siempre nulo      d) Ninguna es cierta.

4ª.- Dada una v. a con  $F(x) = -2 \left[ \frac{1}{x} - 1 \right]$  si  $1 \leq x < 2$ ; 0 si  $x < 1$ ; 1 si  $x \geq 2$  ¿Cuál es  $P(0 < x < 2)$ ?

- a) No se puede conocer      b) 0      ☒ c) 1      d) Ninguna de las anteriores

5ª.- Dadas las v.a. independientes  $\xi_1 = G(0,3)$  y  $\xi_2 = G(0,3)$ , la distribución de la v.a.  $\eta = \xi_1 + \xi_2$  es:

- ☒ a)  $BN(2,0,3)$       b)  $G(0,3)$       c)  $G(0,6)$       d) Ninguna es cierta.

6ª.- Dadas  $\xi_1 \dots \xi_{100}$  v.a independientes distribuidas según una Poisson con  $\lambda = 2$ . La distribución de la v.a  $\eta = \xi_1 + \dots + \xi_{100}$  es:

- a)  $N(200, 20)$       b)  $B(100, 2)$       ☒ c)  $N(200, 10\sqrt{2})$       d) Ninguna de las anteriores.

7ª.- Cada vez que un alumno realiza un problema se equivoca con una probabilidad 0,01. Si realiza diez problemas, en las mismas condiciones, el número de problemas equivocados sigue una distribución de probabilidad:

- a) Geométrica      ☒ b) Binomial      c) Binomial Negativa      d) Ninguna de las anteriores.

8ª.- La función característica  $\varphi(t)$  de una v.a. que tiene una distribución binomial  $B(1; 1/2)$  es:

- ☒ a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{it}$       b)  $\frac{1}{2} e^{it}$       c)  $e^{it}$       d) Ninguna es correcta.

9ª.- Dadas  $\xi_1 \dots \xi_4$  v.a independientes distribuidas  $N(0,2)$ . La distribución de la v.a  $\eta = \frac{\xi_1^2 + \dots + \xi_4^2}{4}$  es:

- a)  $N(0, 4)$       b)  $\frac{1}{4} \chi^2(4)$       ☒ c)  $\chi^2(4)$       d) Ninguna de las anteriores.

10ª.- Dada una v.a.  $\xi$  con distribución  $U = [-2, 1]$ , la varianza de la v.a  $\eta = -2\xi$  es:

- ☒ a) 3      b)  $3/2$       c)  $3/4$       d) Ninguna es correcta.

**Aclaraciones.-**

2ª.- La tabla de la  $\chi^2(40)$  nos permite descartar las respuestas b) y c). Puesto que  $P(\chi^2(40) \geq 65,64)$  queda fuera de las tablas lo calcularemos por extrapolación lineal usando los dos últimos valores de la tabla, a saber  $P(\chi^2(40) \geq 59,342) = 0,025$  y  $P(\chi^2(40) \geq 63,691) = 0,01$ .

Se tendrá: 
$$\frac{P(\chi^2(40) \geq 65,64) - 0,025}{65,64 - 59,342} = \frac{0,01 - 0,025}{63,691 - 59,342}$$
 de donde se deduce que  $P(\chi^2(40) \geq 65,64) = 0,0033$ .

Nota: la precisión obtenida en la interpolación no es muy buena ya que, calculado por ejemplo con el Scientific Notebook, se obtiene que  $P(\chi^2(40) \geq 65,64) = 0,0065$ . Con este programa también podemos obtener que  $P(\chi^2(40) \geq 66,68) = 0,0051$ , es decir,  $b = 66,68$ . Por eso la respuesta correcta es la d).



## EJERCICIOS PRÁCTICOS

1º.- En una compañía los ingresos ( $x$ ) y los gastos ( $y$ ) son variables aleatorias que tienen como función de densidad:

$$f(x, y) = kx^3 \quad \text{para} \quad 0 \leq x \leq 2, \quad 1 \leq y \leq 2; \quad y \quad f(x, y) = 0 \quad \text{en otro caso}$$

Determinar:

- Si dichos ingresos y gastos son variables aleatorias independientes.
- La probabilidad de que el beneficio sea no negativo.

**Solución.-**

Calculemos  $k$ : se tendrá que  $1 = \int_0^2 kx^3 dx \int_1^2 dy$ , de donde se obtiene que  $k = \frac{1}{4}$ .

a) Calculemos las funciones de densidad marginales:

$$f_1(x) = \int_1^2 \frac{x^3}{4} dy = \frac{x^3}{4}; \quad f_2(y) = \int_0^2 \frac{x^3}{4} dx = 1$$

Puesto que  $f(x, y) = \frac{x^3}{4} = f_1(x) \cdot f_2(y)$ , las variables son independientes.

b) Para que el beneficio sea no negativo debe ser  $y \leq x$ , por lo que la probabilidad pedida es la integral de la función de densidad en el recinto  $1 \leq y \leq x \leq 2$ :

$$\int_1^2 \frac{x^3}{4} dx \int_1^x dy = \frac{49}{80} = 0,6125.$$

2º.- Observando la cifra de ventas de vehículos de un concesionario, y admitiendo que son independientes, se deduce que las ventas diarias siguen una distribución uniforme entre 10 y 15 coches diarios. Determinar la probabilidad que tiene ese concesionario de vender más de 2.400 coches después de transcurrir 100 días.

**Solución.-**

De los datos se deduce que la probabilidad pedida va a ser prácticamente nula. Efectuemos los cálculos: sea  $\xi_i$  el número de coches vendidos el día  $i$ ; la media  $\mu_i = \frac{10+15}{2} = 12,5$  y la

$$\text{varianza } \text{Var}(\xi_i) = \frac{\sum_{j=1}^6 (x_j - \mu_i)^2}{6} = \frac{35}{12}. \quad \text{Sea ahora } \eta = \sum_{i=1}^{100} \xi_i. \quad \text{Se tendrá: } E(\eta) = \sum_{i=1}^{100} E(\xi_i) = 1250$$

$$\text{y } \text{Var}(\eta) = \sum_{i=1}^{100} \text{Var}(\xi_i) = \frac{875}{3}. \quad \text{Del teorema central del límite se deduce que la variable}$$

$$\frac{\eta - 1250}{\sqrt{\frac{875}{3}}} \cong \frac{\eta - 1250}{17,078}$$

es aproximadamente normal  $N(0, 1)$ . Así pues:

$$\begin{aligned} P(\eta > 2400) &= (\text{corrección por continuidad}) = P(\eta \geq 2400,5) = P\left(Z \geq \frac{2400,5 - 1250}{17,078}\right) = \\ &= P(Z \geq 67,366) \cong 0. \end{aligned}$$