



ESTADÍSTICA TEÓRICA I. SEPTIEMBRE 2005. Reserva
Código asignatura. 207. Código carrera 43. Tipo examen C.

PREGUNTAS TIPO TEST:

1ª.-Dos sucesos son independientes cuando verifican:

- a) $P(A \cap B) = 0$ b) $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ c) $P(A \cap B) = P(A) - P(B)$ **d) Ninguna es cierta.**

2ª.-Sea ξ una variable aleatoria con función de cuantía $P(\xi = x) = \frac{1}{k}$ para $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

¿Cuál es $P(2 < x < 7)$?

- a) 0'66 **b) 0'44** c) 0'55 d) Ninguna de las anteriores.

3ª.-El coeficiente de asimetría de Fisher es:

- a) Adimensional** b) Una medida de posición c) Siempre nulo d) Ninguna es cierta.

4ª.-Dada una v.a. ξ con función de densidad $f(x) = k x^2$ si $-3 \leq x \leq 6$. ¿Cuál es la $P(\xi > 0)$?

- a) 0'44 b) 0 **c) 0'88** d) Ninguna de las anteriores

5ª.-Dadas ξ_1 y ξ_2 v.a. independientes $N(0; \sigma)$, la distribución de la v.a. $\eta = \xi_1 + \xi_2$ es:

- a) $N(0; \sigma^2)$ **b) $N(0; \sigma\sqrt{2})$** c) $N(0; \sigma/\sqrt{2})$ d) Ninguna es cierta.

6ª.-Dadas $\xi_1 \dots \xi_{10}$ v.a. independientes distribuidas según una Poisson con $\lambda = 2$. La distribución de la v.a. $\eta = \xi_1 + \dots + \xi_{10}$ es:

- a) Poisson($\lambda = 20$)** b) $B(20, 2)$ c) $N(20, \sqrt{20})$ d) Ninguna de las anteriores.

7ª.-El 30% de los artículos producidos por una empresa son defectuosos, si se toman 5 al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno sea defectuoso?

- a) 0'70 **b) 0'1680** c) 0'3601 d) Ninguna de las anteriores.

8ª.-La función característica $\varphi(t)$ de una v.a. continua que sigue una distribución uniforme en el intervalo $(0; 1)$ es:

- a) $\frac{e''}{it}$ **b) $\frac{e'' - 1}{it}$** c) e'' d) Ninguna es correcta.

9ª.-Dadas una v.a. ξ distribuida $\xi \equiv N(-2, 5)$. ¿Qué valor tiene $P(|\xi| \leq 3)$?

- a) 0'4207** b) 0'5794 c) 0'1587 d) Ninguna de las anteriores.

10ª.-El campo de variación de la variable t-Student es el intervalo:

- a) $(-\infty; 0)$ b) $(0; \infty)$ **c) $(-\infty; \infty)$** d) Ninguna es correcta.

EJERCICIOS PRÁCTICOS:

1º.- El precio de un cierto producto, es una variable aleatoria (ξ) cuyo campo de variación oscila de 0 a 2 (miles de euros) y su función de densidad se estima en:

$$f(x) = kx^3 \quad \text{para } 0 \leq x \leq 2; \quad \text{y } f(x) = 0 \text{ en otro caso}$$

La demanda diaria de este producto también es una variable aleatoria (η). Se ha observado que viene determinada por la siguiente relación: $\eta = 5 - \xi$, siendo sus unidades miles de Kg. Calcular:

- a) La función de densidad de la variable demanda (η).
b) La proporción de días en los que la demanda supera los 2000 Kg.

Solución.-

a) El valor de k se obtiene de $1 = k \int_0^2 x^3 dx = \frac{k}{4} [x^4]_0^2 = 4k \rightarrow k = \frac{1}{4}$. Luego la función de

distribución de ξ , $F_\xi(x) = P[\xi \leq x] = \frac{1}{4} \int_0^x t^3 dt = \frac{x^4}{16}$, $0 \leq x \leq 2$. La función de distribución de η será.

$$F_\eta(x) = P[\eta \leq x] = P[5 - \xi \leq x] = P[\xi \geq 5 - x] = 1 - P[\xi < 5 - x] = 1 - F_\xi(5 - x) = 1 - \frac{(5 - x)^4}{16}$$



Siendo $0 \leq 5 - x \leq 2$, o equivalentemente $3 \leq x \leq 5$. Derivando obtendremos la función de densidad de η :

$$f_{\eta}(x) = \frac{(5-x)^3}{4}, \quad 3 \leq x \leq 5 \text{ y cero en el resto.}$$

b) Obviamente el 100%.

2º.- El índice de cotización diaria de ciertas acciones en la Bolsa de Madrid, se distribuye $N(50, 2'5)$. Un inversor decide invertir un día si el índice se sitúa entre 52'5 y 57'5. Calcular la probabilidad de que un día invierta y de que de 200 días invierta a lo sumo en 20 de ellos.

Solución.-

Sea ξ la variable “índice de cotización”. La probabilidad de que un día invierta será:

$$P(52,5 < \xi < 57,5) = (\text{tipificando}) = P(1 < Z < 3) = (\text{tablas}) = 0,1573$$

Sea ahora η la variable “nº de días que invierte” (de los 200 días elegidos). Entonces η es una variable binomial $B(200; 0,1573)$, con media $\mu = 200 \cdot 0,1573 \cong 31,46$ y con desviación típica $\sigma = \sqrt{200 \cdot 0,1573 \cdot 0,8427} \cong 5,1490$. Por lo tanto η es aproximadamente normal $N(31,46 ; 5,149)$. La probabilidad de que invierta a lo sumo en 20 días será:

$$P(\eta \leq 20) = (\text{corrección por continuidad}) = P(\eta \leq 20,5) = (\text{tipificación}) = P(Z \leq -2,129) = (\text{tablas}) \cong 0,0166$$