



ESTADÍSTICA TEÓRICA I. SEPTIEMBRE 2006
Código asignatura. 207. Código carrera 43.

Examen tipo A

PREGUNTAS TIPO TEST:

1ª.- Lanzamos una vez un dado ideal. Si sabemos que la puntuación que ha salido es impar, la probabilidad que resulte el 1 es:

- ☒ a) $1/3$ b) $1/2$ c) $1/6$ d) Ninguna es cierta.

2ª.- Sea ξ una variable aleatoria con función de cuantía $P(\xi = x) = \frac{1}{k}$ para $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ¿Cuál es $P(2 \leq x < 5)$?

- a) 0'33 b) 0'44 ☒ c) 0'5 d) Ninguna de las anteriores.

3ª.- La distribución *F de Fisher – Snedecor* :

- a) Es simétrica ☒ b) Tiene una asíntota en $+\infty$ c) Tiene dos asíntotas en $-\infty$ y $+\infty$ d) Ninguna.

4ª.- Dada una variable aleatoria ξ con función de densidad $f(x) = k x^2$ si $3 \leq x \leq 6$ ¿Cuál es la $P(\xi > 0)$?

- a) 0'88 b) 0 ☒ c) 1 d) Ninguna de las anteriores

5ª.- Dadas las variables aleatorias independientes ξ_1 y $\xi_2 \equiv N(-1; 2)$, la distribución de la variable aleatoria $\eta = 2\xi_1 - 2\xi_2 - 4$ es:

- a) $N(0; 2)$ b) $N(0; 4)$ c) $N(8; \sqrt{12})$ ☒ d) Ninguna es cierta.

6ª.- Dadas $\xi_1 \dots \xi_{10}$ variables aleatorias independientes distribuidas según una Binomial $B(1; 1/2)$. La distribución de la variable aleatoria $\eta = \xi_1 + \dots + \xi_{10}$ es:

- a) $B(10, 10/2)$ ☒ b) $B(10, 1/2)$ c) $B(1, 10/2)$ d) Ninguna de las anteriores.

7ª.- El número medio de personas que llegan a una sucursal bancaria en una hora es 2, la probabilidad de que lleguen más de 2 personas en una hora es:

- ☒ a) 0'3233 b) 0'6767 c) 0'594 d) Ninguna de las anteriores.

8ª.- La función característica $\varphi(t)$ de una variable aleatoria. continua que sigue una distribución uniforme en el intervalo $(0; 1)$ es:

- a) $\frac{e^{it}}{it}$ ☒ b) $\frac{e^{it}-1}{it}$ c) e^{it} d) Ninguna es correcta.

9ª.- Dada una variable aleatoria ξ distribuida $\xi \equiv N(2, 2)$. ¿Qué valor tiene $P(|\xi| \geq 2)$?

- a) 0'4772 ☒ b) 0'5228 c) 0'0228 d) Ninguna de las anteriores.

10ª.- La esperanza matemática de la distribución de probabilidad de una variable aleatoria:

- a) Siempre existe b) Es igual a cero ☒ c) No siempre existe d) Ninguna es correcta.

Algunas aclaraciones.-

7ª) El número ξ de personas que llega cada hora a la sucursal bancaria sigue una distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 2$, es decir $P(\xi=x) = \frac{2^x}{x!} e^{-2}$. Luego $P(\xi > 2) = 1 - P(\xi \leq 2) = 1 - P(\xi = 0) - P(\xi = 1) - P(\xi = 2) = 1 - e^{-2} - 2e^{-2} - 2e^{-2} \cong 0,3233$



EJERCICIOS PRÁCTICOS:

1º.- El precio de un cierto producto, en miles de euros, es una variable aleatoria (x) cuya función de densidad se estima en:

$$f(x) = \frac{2}{27}(x+1) \quad \text{para} \quad P \leq x \leq 5; \quad y \quad f(x) = 0 \quad \text{en otro caso}$$

- ¿Cuál es el precio mínimo que puede alcanzar el producto?.
- Obtenga el precio medio del producto y su desviación típica.

Solución.-

$$\text{a) } 1 = \frac{2}{27} \int_P^5 (x+1) dx = \frac{2}{27} \left[\frac{x^2}{2} + x \right]_P^5 = \frac{2}{27} \left(\frac{25}{2} + 5 - \frac{P^2}{2} - P \right) \Leftrightarrow P^2 + 2P - 8 = 0 \rightarrow P = 2$$

(la solución negativa carece de significado, por tratarse de un precio). Así pues el precio mínimo pedido es 2000 €

$$\text{b) } E(x) = \frac{2}{27} \int_2^5 (x^2 + x) dx = \frac{2}{27} \left[\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right]_2^5 = \frac{2}{27} \left(\frac{125}{3} + \frac{25}{2} - \frac{8}{3} - 2 \right) = \frac{11}{3}. \text{ Luego el precio}$$

$$\text{medio es } \frac{11000}{3} \text{ €} \cong 3666,67 \text{ €}$$

$$\text{Calculamos ahora } E(x^2) = \frac{2}{27} \int_2^5 (x^3 + x^2) dx = \frac{2}{27} \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right]_2^5 = \frac{2}{27} \left(\frac{625}{4} + \frac{125}{3} - 4 - \frac{8}{3} \right) = \frac{85}{6}$$

$$\text{luego } \text{Var}(x) = \frac{85}{6} - \left(\frac{11}{3} \right)^2 = \frac{13}{18}, \text{ luego la desviación típica es } \sqrt{\frac{13}{18}} \text{ miles de euros} \cong 850 \text{ €}$$

2º.- El índice de cotización diaria de ciertas acciones en la Bolsa de Madrid, se distribuye $N(50, 2'5)$. Un inversor decide invertir un día si el índice se sitúa entre 52'5 y 57'5. Calcular la probabilidad de que un día invierta y de que de 200 días invierta a lo sumo en 20 de ellos.

Solución.-

Sea ξ el índice. La probabilidad de que un día invierta = $P(52,5 < \xi < 57,5) = (\text{tipificando}) = P(1 < Z < 3) = 0,1587 - 0,0044 = 0,1543$.

El número de días (de los 200) que invierta, es una variable binomial $B(200; 0,1543)$ que representaremos por η , que, de acuerdo con el teorema de Moivre, se comportará aproximadamente normal $N(200 \cdot 0,1543; \sqrt{200 \cdot 0,1543 \cdot 0,8457}) \cong N(30,86; 3,92)$. Se tendrá:

$$P(\eta \leq 20) = (\text{corrección por continuidad}) = P(\eta < 20,5) = (\text{tipificando}) = P(Z < -2,13) = (\text{tablas}) = 0,0166$$