



ESTADÍSTICA TEÓRICA I. JUNIO 2007. 2ª semana. EXÁMENES TIPO A Y B
Código asignatura. 207. Código carrera 43.

Examen tipo A

- 1.- Si el coeficiente de correlación lineal de dos variables aleatorias es $\rho=0$, entonces
 - a) Existe dependencia lineal exacta
 - b) No existe ninguna dependencia funcional
 - c) Las rectas de regresión coinciden
 - ☒ d) Ninguna de las respuestas anteriores
- 2.- Sean las v.a., ξ y η , que se distribuyen según una ley de Poisson, de parámetros λ_1 y λ_2 respectivamente, se puede asegurar:
 - ☒ a) $\xi + \eta$ es Poisson de parámetro $\lambda_1 + \lambda_2$
 - b) $\xi + \eta$ no es Poisson de parámetro
 - c) $\xi + \eta$ no es variable aleatoria
 - d) Ninguna de las respuestas anteriores
- 3.- Dadas una v.a., ξ que toma valores si $x \geq 0$, entonces siempre se cumple:
 - a) Existe su esperanza
 - b) Existe su esperanza y es positiva
 - c) Existe su esperanza y es finita
 - ☒ d) Ninguna de las respuestas anteriores
- 4.- Si la función característica de una variable aleatoria ξ es $g(t) = (\frac{1}{3} + \frac{2}{3} e^{it})^9$, se verifica:
 - a) $E(\xi) = 1$ y $V(\xi) = 2$
 - ☒ c) $E(\xi) = 6$ y $V(\xi) = 2$
 - b) $E(\xi) = 4$ y $V(\xi) = 2$
 - d) Ninguna de las respuestas anteriores
- 5.- Si $\xi \equiv N(4,9)$, entonces la moda de esta variable aleatoria será:
 - a) $M_0 = 36$
 - b) $M_0 = 4/3$
 - ☒ c) $M_0 = 4$
 - d) Ninguna de las anteriores
- 6.- Dadas $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ v.a. independientes y $N(0,1)$, se define la distribución χ_n^2 de Pearson como:
 - a) $\sum_{i=1}^n \xi_i$
 - ☒ b) $\sum_{i=1}^n \xi_i^2$
 - c) $\prod_{i=1}^n \xi_i$
 - d) Ninguna es correcta
- 7.- Dados los sucesos A y B, con $P(A) = \frac{1}{2}$ y $P(B) = \frac{1}{3}$, si $(A \cup B)^c$ es el complementario de $A \cup B$, se cumple:
 - a) $P((A \cup B)^c) = 2/3$
 - b) $P((A \cup B)^c) = 1/6$
 - c) $P((A \cup B)^c) = 1/3$
 - ☒ d) Ninguna es cierta
- 8.- Dada una v.a. ξ , con esperanza $E(\xi)=5$ y varianza $V(\xi)=4$; sea la v.a. $\eta = 4\xi + 5$, entonces
 - a) $E(\eta)=25$ y $V(\eta)=16$
 - b) $E(\eta)=20$ y $V(\eta)=69$
 - ☒ c) $E(\eta)=20$ y $V(\eta)=4$
 - d) $E(\eta)=25$ y $V(\eta)=64$
- 9.- Dada la función de distribución $F(x)$ de una v.a., definida por $F(x) = 1 - e^{-x}$ si $x \geq 0$ y cero si $x < 0$, su $f(x)$ será:
 - a) $f(x) = -e^{-x}$ si $x \geq 0$ y cero si $x < 0$
 - ☒ c) $f(x) = +e^{-x}$ si $x \geq 0$ y cero si $x < 0$
 - b) $f(x) = 1 + e^{-x}$ si $x \geq 0$ y cero si $x < 0$
 - d) Ninguna de las respuestas anteriores
- 10.- Dada una sucesión de variables aleatorias se podrá aplicar el teorema central del límite
 - a) En todo caso
 - ☒ b) Si $E(\xi_i) = \mu$ y $V(\xi_i) = \sigma^2$ finita $\forall i$
 - c) Si $n < +\infty$
 - d) Ninguna de las anteriores

Algunas aclaraciones.-

1) Desde luego, si $\rho = 0$ no existe dependencia funcional lineal, pero puede existir otro tipo de dependencia funcional, como se ve en el ejemplo de la tabla adjunta. Obsérvese que la covarianza es cero, luego $\rho = 0$. Sin embargo existe una dependencia funcional exacta, pues $y = x^2$.

x_i	y_i
-2	4
-1	1
1	1
2	4

7) Por ejemplo, en una reunión hay 6 mujeres, de las que 1 es italiana y 6 hombres de los que 3 son italianos. Se elige una persona al azar. Sea A el suceso "la persona elegida es mujer" y



B el suceso “la persona elegida es italiana”. Se cumple entonces que $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/3$ y $P[(A \cup B)^c] = \frac{1}{4}$.

Examen tipo B

1ª.- Se dice que dos sucesos A y B son independientes si se verifica:

- a) $P(A/B) = P(B)$ b) $P(A/B) = P(A \cap B)$
c) $P(A/B) = P(A) \cdot P(B)$ **d) $P(A/B) = P(A)$**

2ª.- Se lanzan dos dados al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de puntos obtenidos sume 7?

- a) 5/6 b) 4/36 **c) 6/36** d) No es ninguna de las anteriores.

3ª.- Dadas una v.a., ξ que toma valores si $x \geq 0$, entonces siempre se cumple:

- a) Existe su esperanza c) Existe su esperanza y es finita
b) Existe su esperanza y es positiva **d) Ninguna de las respuestas anteriores**

4ª.- El campo de variación de una variable aleatoria que sigue una distribución binomial es :

- a) $-\infty$ a $+\infty$ **b) 0 a n** c) 0 a ∞ d) Ninguna de las anteriores..

5ª.- Un profesional liberal tiene unos ingresos anuales de 3'2 um (unidades monetarias) de media y una desviación típica de 0'2 um. La cota superior de la probabilidad del suceso “este año ingresará menos de 2'8 um” será:

- a) 1/2 **b) 1/4** c) 1/8 d) Ninguna es cierta

6ª. Sea η una variable aleatoria $N(-3; 1)$ ¿cuál es el valor de x si $P(\eta \leq -x)$:

- a) 0'084. b) 3'84 c) -0'84 d) Ninguna es cierta

7ª.- Dadas $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ v.a. independientes y $N(0,1)$, se define la distribución χ_n^2 de Pearson como:

- a) $\sum_{i=1}^n \xi_i$ **b) $\sum_{i=1}^n \xi_i^2$** c) $\prod_{i=1}^n \xi_i$ d) Ninguna es correcta

8ª.- Si $\xi \equiv N(4,9)$, entonces la moda de esta variable aleatoria será:

- a) $M_0 = 36$ b) $M_0 = 4/3$ **c) $M_0 = 4$** d) Ninguna de las anteriores

9.- Dada la función de distribución $F(x)$ de una v.a. definida por $F(x) = 1 - e^{-x}$ si $x \geq 0$ y cero si $x < 0$, su $f(x)$ será:

- a) $f(x) = -e^{-x}$ si $x \geq 0$ y cero si $x < 0$ **c) $f(x) = +e^{-x}$ si $x \geq 0$ y cero si $x < 0$**
b) $f(x) = 1 + e^{-x}$ si $x \geq 0$ y cero si $x < 0$ d) Ninguna de las respuestas anteriores

10ª.- El coeficiente de correlación es:

- a) Invariante ante cambios de origen** b) Invariante ante cambios de escala
c) Invariante ante cambios de escala y origen d) Ninguna de las anteriores

Algunas aclaraciones.-

5ª) Sea ξ la variable “ingreso anual”. Se cumple que $P[\xi < 2,8] = (\text{restando } E(\xi) = 3,2 \text{ a los dos miembros}) = P[\xi - E(\xi) < -0,4] \leq P[|\xi - E(\xi)| > 0,4] \leq (\text{desigualdad de Chebychev}) \leq \frac{0,04}{0,16} = \frac{1}{4}$

6ª) Faltan datos

10ª) La covarianza y las varianzas son invariantes ante cambios de origen (no ante cambios de escala), luego el coeficiente de correlación es invariante ante cambios de origen.



EJERCICIOS PRÁCTICOS (COMUNES A LOS EXÁMENES TIPO A Y B)

1.- En un chiringuito de playa se sabe que el número medio de pinchos de tortilla que se consume diariamente es de 200, con una desviación típica de 20. Obtener: a) Una cota de probabilidad de que en un día se demanden un número de pinchos igual o superior a 225. b) El número de pinchos que debe hacer cada día el encargado para satisfacer a los veraneantes con una probabilidad de 0,8.

Solución.-

Sea ξ la variable “pinchos consumidos diariamente”.

a) Se cumple que $P[\xi \geq 225] = (\text{restando } E(\xi) = 200 \text{ a los dos miembros}) =$
 $= P[\xi - E(\xi) \geq 25] \leq P[|\xi - E(\xi)| > 25] \leq (\text{desigualdad de Chebychev}) \leq \frac{400}{625} = 0,64$

b) Sea n el número de pinchos. Se tiene que $P[\xi \leq n] = P[\xi - E(\xi) \leq n - 200] \geq$
 $\geq P[|\xi - E(\xi)| \leq n - 200] \geq 1 - \frac{400}{(n - 200)^2}$. Tomemos n tal que $1 - \frac{400}{(n - 200)^2} \geq 0,8 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (n - 200)^2 \geq \frac{400}{0,2} = 2000 \rightarrow n - 200 \geq 20\sqrt{5} \Leftrightarrow n \geq 200 + 20\sqrt{5} \cong 244,7. \text{ Luego si } n = 245, \text{ se}$$

tiene que $P[\xi \leq 245] \geq 0,8$

2.- La cotización de un determinado valor se distribuye según una $N(5; 0,25)$. Un inversor decide comprar si la cotización se sitúa entre 5'25 y 5'75. Se pide: a) Probabilidad de que invierta un día determinado.

b) La probabilidad de que a lo largo de 200 días invierta a lo sumo 31 de estos días..

Solución.-

a) Siendo ξ la cotización, se tiene: $P[5,25 \leq \xi \leq 5,75] = (\text{tipificando}) = P[1 \leq Z \leq 3] =$
 $= (\text{tablas}) = 0,1587 - 0,0044 = 0,1543$.

b) La variable η = “nº de días que invierte a lo largo de los 200 días” es binomial $B(200; 0,1543)$ que es (teorema de Moivre) aproximadamente normal $N(31,46; 5,15)$. Luego:
 $P[\eta \leq 31] = (\text{corrección por continuidad}) = P[\eta \leq 31,5] = (\text{tipificación}) = P[Z \leq 0,0078] \cong 0,5$