



**ESTADÍSTICA TEÓRICA I. JUNIO 2007. EXÁMENES TIPO A Y B**  
**Código asignatura. 207. Código carrera 43.**

**Examen tipo A**

**PREGUNTAS TIPO TEST:**

1ª.- Sean A y B sucesos con  $P(A) = 1/4$ ;  $P(B/A) = 1/2$  y  $P(A/B) = 1/4$ . ¿Cuál de las siguientes relaciones es cierta?

- a)  $A \subset B$       b) A y B son incompatibles      **c) Ay B son independientes**      d) Ninguna es cierta

2ª.- Se lanza un dado, si el número que sale es impar ¿cuál es la probabilidad de que sea primo?

- a)  $1/2$       **b)  $2/3$**       c)  $1/3$       d) ninguna es cierta

3ª.- Dada la v.a.  $\xi$  y sea la v.a.  $\eta = 3 + 4\xi$ , se verifica que:

- a)  $V(\eta) = 9 + 16 V(\xi)$       b)  $V(\eta) = 3 + 4 V(\xi)$       **c)  $V(\eta) = 16 V(\xi)$**       d) Ninguna es cierta

4ª.- Sea una v.a.  $\xi$  con  $E(\xi) = 1,2$  y  $V(\xi) = 0,49$ ; una cota para la  $P(0 < \xi \leq 2,4)$  es igual a:

- a)  $0,17$**       b)  $0,83$       c) No se puede calcular      d) Ninguna es cierta

5ª.- Dada la v.a.  $\xi$  con  $f(x) = k(10x - x^2)$  para  $3 \leq x \leq 9$ . ¿Cuál es la  $P(\xi \leq 4)$ ?

- a)  $\approx 0,18$**       b)  $\approx 0,27$       c)  $\approx 0,34$       d) Ninguna es cierta

6ª.- Dada una v.a.  $\xi = B(n; 0,2)$ , si k es un número mayor que n entonces su función de distribución  $F(x)$  verifica:

- a)  $F(k) = 0$       b)  $F(k)$  depende del valor de n      **c)  $F(k) = 1$**       d) Ninguna es correcta

7ª.- Si  $\rho$  es el coeficiente de correlación entre dos variables. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es cierta?:

- a) Si  $\rho = 0$  las variables son estadísticamente independientes.  
b) No existe asociación lineal entre las variables.  
c) No puede existir otro tipo de asociación.      **d) Ninguna es cierta.**

8ª.- Sea la v.a.  $\xi$  con  $\varphi(t) = \frac{e^{it} + e^{-it} + 1}{3}$  ¿cuál es su media?:

- a) 1      b)  $1/3$       **c) 0**      d) Ninguna es cierta

9ª.- En una ciudad de 4 millones de habitantes se produce un robo por cada 100000 habitantes por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se produzcan de 900 a 1200 robos?

- a)  $0,09332$       b)  $0,0668$       c)  $0,8531$       **d) Ninguna es cierta**

10ª.- Dadas las v.a. independientes  $\eta_i = N(0; \sigma)$ , la v.a.  $\lambda = \frac{\eta_1}{\sqrt{\sum_{i=2}^7 \eta_i^2 / 6}}$  se distribuye como:

- a)  $N(0; \sigma)$       b)  $\chi^2_6$       c)  $t_6$       **d) Ninguna es correcta**

**Algunas aclaraciones.-**

4ª)  $P(0 < \xi < 2,4) = P(-1,2 < \xi - 1,2 < 1,2) = P(|\xi - 1,2| < 1,2) \geq (\text{desigualdad de Chebychev})$   
 $\geq 1 - \frac{0,49}{1,2^2} \geq 0,6597 > 0,17$

5ª) Calculamos k haciendo  $1 = k \int_3^9 (10x - x^2) dx$ , de donde se obtiene  $k = \frac{1}{126}$ . Así pues,

$P(\xi \leq 4) = \frac{1}{126} \int_3^4 (10x - x^2) dx = (\text{efectuando los cálculos}) = \frac{34}{189} \approx 0,18$



7ª) El apartado a) no es cierto; respecto de los apartados b) y c) no se dice para qué valor de  $\rho$ , luego en general no son ciertas; luego es cierto el apartado d).

9ª) El número de robos por hora sigue un modelo de Poisson de parámetro  $\lambda = 40$ , luego el número  $X$  de robos en un día es una variable de Poisson de parámetro  $\lambda = 40 \cdot 24 = 960$ , variable que se comporta aproximadamente normal  $N(960, \sqrt{960})$ ; por tanto:

$$P(900 < X < 1200) = (\text{tipificando}) = P\left(\frac{-60}{\sqrt{960}} < Z < \frac{240}{\sqrt{960}}\right) = P(-1,94 < Z < 7,75) \cong 0,9738$$

### Examen tipo B

#### PREGUNTAS TIPO TEST:

1ª.- Dados los sucesos independientes A y B, se verifica que:

- a)  $P(A \cap B) = P(A)$       b)  $P(A \cap B) = P(B)$       **c)  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$**       d) Ninguna es cierta

2ª.- Sea una variable que toma los valores 1, 2, 3, 4. ¿Es cierto que?:

- a)  $F(5) = 0$       b)  $F(5) = 1/5$       **c)  $F(5) = 1$**       d) Ninguna es cierta

3ª.- Dada una v.a.  $\xi$  su función generatriz de momentos verifica que:

- a)  $g(\theta)_{\theta=0} = \alpha$       b)  $g'(\theta)_{\theta=0} = \alpha_2$       c)  $g''(\theta)_{\theta=0} = \mu_2$       **d) Ninguna es cierta**

4ª.- La esperanza matemática de una variable aleatoria:

- a) No puede ser negativa      b) Mide la dispersión de la variable aleatoria.  
**c) Es una medida de tendencia central**      d) Ninguna es correcta

5ª.- Dada una v.a.  $\xi$  con  $f(x)$  ¿puede ser cierto alguno de los siguientes supuestos?:

- a)  $f(x) = -0,2$       **b)  $f(x) = 0,1$**       c)  $f(\infty) = 1$       d) Ninguna es cierta

6ª.- Si la v.a.  $\eta$  tiene como  $\varphi(t) = e^{3it-2t^2}$ ; ¿cuál es la  $P(\eta \leq 0,8)$ :

- a)  $\cong 0,641$       b)  $\cong 0,0035$       c)  $\cong 0,359$       **d) Ninguna es cierta**

7ª.- El campo de variación de la t-Student es de:

- a) 0 a  $+\infty$       **b)  $-\infty$  a  $+\infty$**       c) 0 a n      d) Ninguna es correcta

8ª.- Sea  $\lambda = \eta_1 + \eta_2$ , siendo  $\eta_1 = N(4;2)$  y  $\eta_2 = N(3;1)$  e independientes. ¿Cuál es la  $P(\lambda \geq 10)$ ?:

- a)  $\cong 0,0901$**       b)  $\cong 0,9099$       c)  $\cong 0,0455$       d) Ninguna

9ª.- Se lanza tres veces una moneda, ¿cuál es la probabilidad de obtener exactamente dos caras?:

- a)  $\cong 0,25$       b)  $\cong 0,75$       **c)  $\cong 0,375$**       d) Ninguna es cierta

10ª.- La desigualdad de Chebichev se debe utilizar cuando la v.a. se ajusta a una distribución:

- a) Normal      b) Binomial      **c) No conocida**      d) Ninguna es cierta

#### Algunas aclaraciones.-

6ª) La función característica de una variable normal  $N(\mu, \sigma)$  es  $\varphi(t) = e^{it\mu - \frac{1}{2}t^2\sigma^2}$  luego, por comparación, deducimos que  $\eta$  es una variable normal  $N(3, 2)$ , y por tanto  $P(\eta \leq 0,8) = (\text{tipificando}) = P(Z \leq -1,1) = 0,1357$



$$8^a) \lambda \text{ es normal } N(4+3, \sqrt{2^2+1}) = N(7, \sqrt{5}), \text{ luego } P(\lambda \geq 10) = (\text{tipificando}) \\ = P\left(Z \geq \frac{3}{\sqrt{5}}\right) = P(Z \geq 1,34) = 0,0901.$$

$$9^a) \text{ La variable } \xi = \text{"nº de caras"} \text{ es binomial } B(3; 0,5), \text{ luego } P(\xi = 2) = \binom{3}{2} 0,5^2 \cdot 0,5 = \frac{3}{8} = 0,375$$

### EJERCICIOS PRÁCTICOS (COMUNES A LOS EXÁMENES TIPO A Y B)

1º.- Dadas dos v.a. independientes  $\xi$  con  $f(x) = 3x^2$  para  $0 < x \leq 1$  y  $\eta$  con  $f(y) = 3/36 y^2$  para  $2 < y \leq 4$ . Se pide:

1º)  $P(\xi \leq 0,5; \eta \leq 3)$ ; 2º)  $E(2\xi - 7\eta + 1)$ ; 3º)  $V(2\xi - 7\eta + 1)$ .

#### Solución.-

Algunas observaciones previas: supondremos que se quiere indicar que la función de densidad de  $\eta$  es  $f(y) = \frac{3}{36} y^2$ , en lugar de  $f(y) = \frac{3}{36y^2}$  (no queda claro con la forma de escritura adoptada); de todos modos ninguna de las dos es función de densidad pues, en ambos casos  $\int_2^4 f(y) dy \neq 1$ . Sí que sería función de densidad  $f(y) = \frac{3}{56} y^2$  en el intervalo  $[2, 4]$ , así es que, para poder hacer el problema, supondremos este valor para la función  $f(y)$ .

$$1^o) P(\xi \leq 0,5; \eta \leq 3) = \int_0^{0,5} 3x^2 dx \int_2^3 \frac{3}{56} y^2 dy = \frac{19}{448} \cong 0,0424$$

$$2^o) E(2\xi - 7\eta + 1) = 2E(\xi) - 7E(\eta) + 1 = 2 \int_0^1 3x^3 dx - 7 \int_2^4 \frac{3}{56} y^3 dy + 1 = 2 \cdot \frac{3}{4} - 7 \cdot \frac{45}{14} + 1 = -20$$

$$3^o) V(2\xi - 7\eta + 1) = 4V(\xi) + 49V(\eta) = 4 \int_0^1 \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 3x^2 dx + 49 \int_2^4 \left(y - \frac{45}{14}\right)^2 \frac{3}{56} y^2 dy = \\ = 4 \cdot \frac{3}{80} + 49 \cdot \frac{291}{980} = \frac{147}{10} = 14,7$$

2º.- En una ciudad existen tres líneas de autobuses, la línea A consta de 80 autobuses, la B de 240 y la C de 360. La probabilidad de que en un día se averíe un autobús en la línea A es de 0'01, en la B es 0'1 y en la C es 0'2. Se pide:

1º) Probabilidad de que en un día se averíe un autobús. 2º) Sabiendo que se ha averiado un autobús sea de la línea C.

3º) Probabilidad de que en un día se averíen entre 168 y 200 autobuses.

#### Solución.-

1º) Por el teorema de la probabilidad total:

$$P = \frac{80}{680} \cdot 0,01 + \frac{240}{680} \cdot 0,1 + \frac{360}{680} \cdot 0,2 = \frac{96,8}{680} \cong 0,1424$$

2º) Por el teorema de Bayes:

$$P = \frac{360}{680} \cdot 0,2 : \frac{96,8}{680} = \frac{72}{96,8} \cong 0,7438$$

3º) El número  $X$  de autobuses que se averían al día sigue una distribución binomial  $B(680; 0,1424)$  que podemos aproximar por una normal  $N(680 \cdot 0,1424; \sqrt{680 \cdot 0,1424 \cdot 0,9576}) \cong N(96,8; 9,11)$ . Luego  $P(168 < X < 200) = (\text{tipificando}) = P(7,82 < Z < 11,33) \cong 0$ .