

**ESTADÍSTICA TEÓRICA I. JUNIO 2008. SEGUNDA SEMANA. EXAMEN TIPO A**  
**Código asignatura. 207. Código carrera 43.**
**PREGUNTAS TIPO TEST:**

1ª.- La distribución más apropiada para el estudio de la distribución de las rentas personales es:

- a) La logística    b) La gamma    **c) La de Pareto**    d) Ninguna es correcta

2ª.- Dados dos sucesos tales que  $P(A) \leq P(B)$  se verifica que:

- a)  $A \subset B$     b)  $A \cap B = \emptyset$     c)  $A \cap B \neq \emptyset$     **d) Ninguna es correcta.**

3ª.- La función de densidad de una v.a.  $\xi$  verifica:

- a)  $0 < f(x)$     b)  $0 \leq f(x) \leq 1$     c)  $f(x) \leq 1$     **d) Ninguna es correcta**

4ª.- Si  $\xi \equiv N(3,5)$  la mediana de esta distribución es

- a) 3/5    b) 3/2    **c) 3**    d) Ninguna es correcta

5ª.- La función de cuantía de una v.a. para un cierto valor  $x$  puede ser:

- a) 0'2**    b) -0'1    c) 2    d) Ninguna es correcta

6ª.- Dada la v.a.  $\xi \equiv B(3, 0'3)$ , entonces su función de distribución verifica

- a)  $F(4) < F(3)$     b)  $F(4) > F(3)$     **c)  $F(4) = F(3)$**     d) Ninguna es correcta

7ª.- La varianza no viene afectada por

- a) Cambio de origen**    b) Cambio de escala  
c) Cambio de origen y escala    d) Ninguna es correcta

8ª.- Dada la v.a.  $\xi \equiv N(5,3)$  se verifica que

- a)  $P(\xi \leq 5) = P(\xi \geq -5)$     b)  $1 - P(\xi \leq -5) = P(\xi \leq 5)$   
**c)  $P(P(\xi > 5) = P(\xi < 5))$**     d) Ninguna de las anteriores

9ª.- Dada una sucesión de v.a.  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ , donde las  $\xi_i$  se distribuyen según una

Poisson de parámetro  $\lambda \forall i$ , podemos asegurar que si la v.a.  $\eta = \frac{S_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i$  su límite cuando  $n \rightarrow \infty$  es :

- a)  $N(\lambda, \lambda)$     b)  $N(\lambda, \sqrt{\lambda})$     c)  $N(\frac{\lambda}{n}, \lambda)$     **d) Ninguna es cierta**

10ª.- Dada  $\varphi(t) = \frac{1}{it}(e^{it} - 1)$  de una v.a.  $\xi$ , definida en  $(0,1)$ . Dada la v.a.  $\eta = -\xi + 1$ , la  $\varphi(t)$  de  $\eta$  será:

- a)  $\varphi(t) = \frac{e^{-t}}{it}(e^{it} - 1)$     b)  $\frac{1}{it}(e^{-it} - 1)$     c)  $\frac{e^t}{it}(1 - e^{-it})$     **d) Ninguna es correcta**

**Algunas aclaraciones.-**

3ª) La función de densidad es una función no negativa, pero puede tomar el valor cero en algún punto. Es decir,  $0 \leq f(x)$ .

8ª) Se entiende que la respuesta es  $P(\xi > 5) = P(\xi < 5)$

9ª)  $E(\eta) = \lambda$  y  $\text{Var}(\eta) = \frac{\lambda}{n}$ , luego, al crecer  $n$ ,  $\eta$  tiende a distribuirse normal  $N\left(\lambda, \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{n}}\right)$

$$10ª) \quad \varphi_\eta(t) = E(e^{it\eta}) = E(e^{it(1-\xi)}) = E(e^{it} \cdot e^{-it\xi}) = e^{it} E(e^{-it\xi}) = e^{it} \varphi_\xi(-t) = e^{it} \frac{-1}{it}(e^{-it} - 1) =$$

$$= \frac{e^{it}(1 - e^{-it})}{it} = \frac{e^{it} - 1}{it}$$

## EJERCICIOS

**1ª.-** Se tienen 100 dados, de los cuales 20 están cargados y la probabilidad de obtener el “1” en estos dados es el triple que la de las restantes puntuaciones. De entre los 100 dados se elige uno al azar, se lanza y sale la cara “1”. Calcular la probabilidad de que el dado lanzado no esté cargado.

### Solución.-

Entendemos que la probabilidad de obtener 1 es el triple que la de obtener cada una de las restantes puntuaciones. Sea C el suceso “elegir un dado cargado” y  $\bar{1}$  el suceso “la cara obtenida es la 1”. Si x es la probabilidad de obtener una cara distinta de 1 en un dado cargado, entonces la probabilidad de obtener 1 será 3x, luego  $5x + 3x = 1$ , de donde  $x = \frac{1}{8}$ , luego  $P(1/C) = \frac{3}{8}$  mientras que  $P(\bar{1}/\bar{C}) = \frac{1}{6}$ . Además,  $P(C) = 0,2$  y  $P(\bar{C}) = 0,8$ .

Así pues, por el teorema de la probabilidad total:

$$P(1) = P(C) \cdot P(1/C) + P(\bar{C}) \cdot P(\bar{1}/\bar{C}) = 0,2 \cdot \frac{3}{8} + 0,8 \cdot \frac{1}{6} = \frac{0,6}{8} + \frac{0,8}{6} = \frac{10}{48}.$$

Luego, por el teorema de Bayes, la probabilidad de que, habiéndose obtenido un 1, el dado

$$\text{no estuviese cargado: } P(\bar{C}/1) = \frac{P(\bar{C})P(\bar{1}/\bar{C})}{P(1)} = \frac{0,8 \cdot \frac{1}{6}}{\frac{10}{48}} = 0,64$$

**2ª.-** El número de pasajeros que toman el tren, entre dos ciudades, un fin de semana es una v. a.  $\xi$  con  $E(\xi) = 200$  y  $V(\xi) = 100$ . Si cada vagón tiene capacidad para 40 viajeros, calcular el número de vagones necesarios para que con una probabilidad igual o superior a 0,95 se pueda atender la demanda de pasajeros entre ambas ciudades ese fin de semana.

### Solución.-

$$P[\xi \leq 40n] = P[\xi - 200 \leq 40n - 200] \geq P[|\xi - 200| \leq 40n - 200] \geq (Tchebychev) \geq 1 - \frac{100}{(40n - 200)^2}.$$

Tomando esta última expresión  $\geq 0,95$  garantizamos que  $P[\xi \leq 40n] \geq 0,95$ . Tendremos:

$$1 - \frac{100}{(40n - 200)^2} \geq 0,95 \Leftrightarrow \frac{100}{(40n - 200)^2} \leq 0,05 \Leftrightarrow (40n - 200)^2 \geq \frac{100}{0,05} = 2000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 40n - 200 \geq 44,73 \Leftrightarrow n \geq \frac{244,73}{40} \cong 6,12. \text{ Así pues bastaría con 7 vagones.}$$