



ESTADÍSTICA TEÓRICA II. Tercer curso de Economía
CURSO 2006/2007. CONVOCATORIA DE FEBRERO. 1ª SEMANA
Código de la Carrera 43 Código de la Asignatura 305.

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1. ¿Cuándo se puede decir que un estimador es insesgado?. Razone la respuesta poniendo algún ejemplo.

Respuesta.-

Un estimador $\hat{\theta}$ de un parámetro θ es insesgado cuando $E(\hat{\theta}) = \theta$.

Por ejemplo, la media muestral \bar{x} es insesgada para determinar la media poblacional

$$\mu = E(x). \text{ En efecto, } E(\bar{x}) = E\left(\frac{\sum x_i}{N}\right) = \frac{\sum E(x_i)}{N} = \frac{N\mu}{N} = \mu$$

2. Explique brevemente en que consiste el método de los momentos y cuales son las propiedades de los estimadores obtenidos por este método.

Respuesta.-

Consiste en igualar tantos momentos muestrales como parámetros a estimar, a los correspondientes momentos poblacionales.

Si los parámetros a estimar son momentos poblacionales respecto del origen, los estimadores son insesgados. Pero, en general no lo son y por tanto no serían eficientes.

Bajo condiciones bastante generales, son consistentes.

Para estimar momentos poblacionales, son asintóticamente normales.

3. ¿Qué características pueden considerarse esenciales en el planteamiento de un contraste paramétrico?.

Respuesta.-

Formulación de las hipótesis nula H_0 y alternativa H_1 en términos estadísticos. Ambas hipótesis deben ser mutuamente excluyentes.

Determinación del test estadístico o estadístico de prueba apropiado

Selección del nivel de significación α .

Determinación de la región crítica.

Selección aleatoria de la muestra

Establecimiento de la regla de decisión y su interpretación.

4. ¿Cuándo se deberá utilizar un contraste de independencia y cuando uno de homogeneidad?

Respuesta.-

Contraste de independencia: cuando se trata de contrastar si existe dependencia entre dos características de la misma población.

Contraste de homogeneidad: cuando se desea contrastar si dos o más muestras proceden de la misma población.

PROBLEMAS

1.-Una entidad financiera ha tomado la siguiente muestra sobre los ingresos mensuales de algunos de sus clientes:



Ingreso mensual (euros) x_i	400	600	800	1000	1500	2000	2500	3000
Nº de clientes n_i	1	2	2	4	6	2	1	1

Se pide:

a) Suponiendo que el ingreso mensual es una variable aleatoria que se distribuye normalmente con varianza 100 (euros)^2 , obtenga los intervalos de confianza, para el ingreso medio mensual de los clientes de esta entidad, a los niveles de confianza del 95% y 99%. Explique el resultado.

b) Determine el tamaño de muestra necesario para estimar con una confianza del 95% y del 99% el ingreso medio mensual, admitiendo como mucho un error de 10 euros. Explique el resultado.

Solución.-

Calculamos en primer lugar la media muestral con los datos de la tabla, obteniéndose que $\bar{x} \cong 1352,63$

a) El intervalo de confianza es: $\bar{x} - \frac{\sigma x_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + \frac{\sigma x_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}$.

Para el nivel 95% se tiene de las tablas que $x_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$, luego el intervalo:

$$1352,63 - \frac{10 \cdot 1,96}{\sqrt{19}} < \mu < 1352,63 + \frac{10 \cdot 1,96}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow 1348,14 < \mu < 1357,13$$

Para el nivel 99% se tiene de las tablas que $x_{\frac{\alpha}{2}} = 2,58$, luego el intervalo:

$$1352,63 - \frac{10 \cdot 2,58}{\sqrt{19}} < \mu < 1352,63 + \frac{10 \cdot 2,58}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow 1346,71 < \mu < 1358,55$$

Se observa que al exigir un mayor nivel de confianza, aumenta el tamaño del intervalo.

b) El error $|\bar{x} - \mu| < \frac{\sigma x_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}$. Para que sea menor que 10, bastará que $\frac{\sigma x_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} < 10 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \sqrt{n} > \frac{\sigma x_{\frac{\alpha}{2}}}{10} \Leftrightarrow n > \frac{\sigma^2 x_{\frac{\alpha}{2}}^2}{100} = (\text{con los datos del problema}) = x_{\frac{\alpha}{2}}^2. \text{ Así pues:}$$

- para una confianza del 95%: $n > 1,96^2 \cong 3,84$; luego $n \geq 4$;

- para una confianza del 99%: $n > 2,58^2 \cong 6,66$; luego $n \geq 7$

Se observa que al exigir un mayor nivel de confianza, aumenta el tamaño de la muestra para mantener el mismo error.

2.- Se sabe que las pérdidas anuales de un determinado grupo de empresas se distribuyen según una ley normal de media 6000 euros. Se toma una muestra de diez empresas y se obtiene una varianza muestral de 250 (euros)^2 . Calcule los valores a y b para los que se verifica: $P(a \leq \bar{x} \leq b) = 0,950$.



Solución.-

La variable $\frac{\bar{x} - \mu}{S} \sqrt{n}$ se distribuye como una t-Student con n-1 grados de libertad. Para 9 grados de libertad, de las tablas se obtiene que $P(-2,262 < t_9 < 2,262) = 0,950$, luego:

$$-2,262 < \frac{\bar{x} - 6000}{\sqrt{250}} \sqrt{10} < 2,262 \quad \Leftrightarrow \quad 5988,69 < \bar{x} < 6010,31. \text{ Es decir, } a = 5988,69 \text{ y } b = 6010,31.$$