

ESTADÍSTICA TEÓRICA II. Tercer curso de Economía
CURSO 2006/2007. CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE RESERVA
Código de la Carrera 43 Código de la Asignatura 305.

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1. Explique conceptualmente porqué es importante que un estimador sea eficiente.

Respuesta.-

Un estimador es eficiente si es insesgado y su varianza alcanza la cota de Cramer-Rao, es decir, tiene menor varianza que cualquier otro estimador insesgado. Ello es importante porque, bajo la hipótesis de eficiencia, el estimador toma, para diferentes muestras, valores próximos unos a otros.

2. ¿Qué entendemos por error cuadrático medio?

Respuesta.-

Se define el error cuadrático medio de un estimador $\hat{\theta}$:

$$ECM(\hat{\theta}) = E[(\hat{\theta} - \theta)^2]$$

donde θ es el parámetro a estimar. Si se desarrolla esta expresión se obtiene que $ECM(\hat{\theta}) = \text{Var}(\hat{\theta}) + (E(\hat{\theta}) - \theta)^2$, denominándose **sesgo de $\hat{\theta}$** a la diferencia $E(\hat{\theta}) - \theta$.

3. ¿Qué es una hipótesis estadística?, ¿Qué es la hipótesis nula? Razone la respuesta.

Respuesta.-

Una hipótesis estadística es una afirmación verdadera o falsa acerca del valor de alguna característica desconocida de la población.

Para efectuar un contraste de hipótesis, aceptamos una hipótesis como verdadera, a la cual denominamos **hipótesis nula**, frente a otra complementaria que llamamos **alternativa**.

4. ¿Cuál es el objetivo de los contrastes de aleatoriedad? Razone la respuesta.

Respuesta.-

Tienen por objetivo determinar si la muestra elegida en el proceso de muestreo es aleatoria.

PROBLEMAS

1.- Un sindicato sostiene que el coste medio anual producido por los accidentes laborales en las empresas del sector de la construcción no es inferior a los 120.000 euros, y que por tanto sería conveniente elaborar un plan de prevención de riesgos laborales para las mismas. De una muestra aleatoria formada por 121 empresas pertenecientes al sector de la construcción, se obtiene que el coste total anual en accidentes laborales es de 13.807 miles de euros y la varianza muestral 1.890 (miles de euros)².

Suponiendo la normalidad de la variable.

a) Contrastar al 5% de significación si hay alguna razón para no admitir la hipótesis del sindicato.

Solución.-

La variable aleatoria $\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n}$ se distribuye t-Student con $n-1$ grados de libertad.

Bajo la hipótesis nula $H_0: \mu \geq 120000$, y para $n = 121$, de las tablas obtenemos que se rechaza la hipótesis al 5% de significación y 120 grados de libertad, si: $\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n} < -1,658$.

Sustituyendo los datos del problema:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n} = \frac{\frac{13807000}{121} - 120000}{1000\sqrt{1890}} \sqrt{121} \cong -1,49$$

Luego no se rechaza.

2.- Se sabe que el gasto anual en publicidad de un grupo de empresas es una variable aleatoria cuya distribución no se conoce, con una desviación típica de 1.400 euros. Para llevar un control sobre este gasto, se selecciona una muestra aleatoria simple de 64 empresas pertenecientes al grupo. Calcule:

- La probabilidad de que la diferencia, en valor absoluto, entre la media muestral y la media poblacional sea inferior a 300 euros.
- El tamaño de la muestra para que la media muestral se encuentre a lo sumo a 300 euros de la media poblacional con una probabilidad del 95%

Solución.-

a) Del teorema central del límite deducimos que la variable $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}$ se distribuye aproximadamente normal $N(0, 1)$, para valores de n suficientemente grandes. Así pues:

$$P[|\bar{X} - \mu| < 300] = P\left[\left|\frac{\bar{X} - \mu}{1400} \cdot 8\right| < \frac{300}{1400} \cdot 8\right] \cong P[|Z| < 1,71] = (\text{tablas}) = 0,9128.$$

b) De las tablas deducimos que $0,95 = P[|Z| < 1,96]$ Bastará tomar n tal que $\frac{300}{1400} \sqrt{n} \geq 1,96 \leftrightarrow n \geq 83,66$.

Luego tomaremos $n = 84$.