



ESTADÍSTICA TEÓRICA II. Tercer curso de Economía CURSO 2002/2003.
SEPTIEMBRE. Principal. Código de la Carrera 43 Código de la Asignatura 305.

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1.- ¿Cuándo decimos que un estimador es UMVUE?

Respuesta.-

Un estimador $\hat{\theta}_0$ es UMVUE (insesgado y uniformemente de mínima varianza) para estimar el parámetro θ si, dado cualquier otro estimador insesgado $\hat{\theta}$ de θ , se verifica que $\text{Var}(\hat{\theta}_0) \leq \text{Var}(\hat{\theta})$, para todos los valores posibles de θ .

2.- ¿De qué depende que la amplitud de un intervalo de confianza para la media, siendo la varianza desconocida, sea mayor o menor?

Respuesta.-

Para un tamaño de la muestra fijo, a mayor nivel de confianza $100(1 - \alpha)$, mayor amplitud el intervalo.

Para un nivel de confianza fijo, a mayor tamaño de la muestra, menor amplitud del intervalo.

3.- Discutir la siguiente aseveración: "Los estimadores insesgados siempre dan mejores estimaciones que los estimadores sesgados".

Respuesta.-

No es cierto en general. Entre dos estimadores consideraremos mejor el que proporciona un menor error cuadrático medio $= \text{Var}(\hat{\theta}) + \text{sesgo}(\hat{\theta})$.

Si $\hat{\theta}_1$ es sesgado y $\hat{\theta}_2$ es insesgado, podría ocurrir que $\text{Var}(\hat{\theta}_1) + \text{sesgo}(\hat{\theta}_1) < \text{Var}(\hat{\theta}_2)$.

4.- ¿Cual es la utilidad del lema de Neyman-Pearson?

Respuesta.-

Proporciona un criterio para hallar la región crítica de tamaño α en un contraste de hipótesis, que haga mínimo el error de tipo II, $\beta = P[\text{Aceptar } H_0 / H_0 \text{ es falsa}]$.

SEGUNDA PARTE: PROBLEMAS

1.- El consumo en bienes de capital de las empresas del sector Industrial, se distribuye normalmente con una desviación típica de 79,9 miles de euros. La creencia general al respecto es que el consumo medio en bienes de capital no es superior a 180,3 miles de euros. Para contrastar este supuesto, se realiza un estudio; en el cual, tras la obtención de una muestra aleatoria de 50 empresas del sector, se observa un consumo medio en bienes de capital de 192,3 miles de euros.

¿Sería admisible mantener la creencia general como cierta con un 5% de significación?

Solución.-

Consideremos la hipótesis nula $H_0: \mu \leq 180,3$ miles de euros. Bajo tal hipótesis, \bar{X} es Normal $\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = N\left(180,3; \frac{79,9}{5\sqrt{2}} \right)$, de donde $\frac{\bar{X} - 180,3}{79,9} \cdot 5\sqrt{2}$ es $N(0, 1)$.

Si Z es $N(0, 1)$, se obtiene de las tablas que $P[Z \geq 1,65] = 0,05$, es decir, $Z \geq 1,65$ define la región de rechazo. Como $\frac{192,3-180,3}{79,9} \cdot 5\sqrt{2} \cong 1,06 < 1,65$, debemos admitir la hipótesis nula.

2.- De una muestra aleatoria a consumidores se ha obtenido la siguiente tabla de frecuencias, donde se relaciona la edad de los encuestados con los niveles de gasto mensuales en alimentación:

Edad	Gasto mensual en alimentación (euros)		
	De 100 a 200	De 300 a 600	Más de 600
Menos de 30 años	110	125	90
De 30 a 60 años	300	250	90
Más de 60 años	325	350	100

En función de los resultados obtenidos, ¿se puede afirmar que existe alguna relación entre la edad y el gasto mensual en alimentación con un nivel de significación del 10%?

Solución.-

Construimos la siguiente tabla colocando en la esquina superior izquierda de cada casilla el valor esperado $E_{ij} = \frac{n_{i \cdot} \cdot n_{\cdot j}}{n}$ bajo la hipótesis H_0 . Por ejemplo $E_{11} = \frac{325 \cdot 735}{1740} \cong 137,28$,

etc. Y en la esquina superior derecha el cociente $\frac{(E_{ij} - O_{ij})^2}{E_{ij}}$. Por

ejemplo $\frac{(E_{11} - O_{11})^2}{E_{11}} = \frac{(137,28 - 110)^2}{137,28} \cong 5,42$, etc.

	100-200			300-600			>600			$n_{i \cdot}$
Menos de 30 años	137,28	110	5,42	135,42	125	0,80	52,30	90	27,18	325
De 30 a 60 años	270,34	300	3,25	266,67	250	1,04	102,99	90	1,64	640
Más de 60 años	327,37	325	0,02	322,92	350	2,27	124,71	100	4,90	775
$n_{\cdot j}$	735			725			280			1740

Se obtiene $\chi^2_{\text{exp}} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{(E_{ij} - O_{ij})^2}{E_{ij}} \cong 46,52$.

Por otra parte, de la tabla de la χ^2 con 4 grados de libertad, se obtiene que $P[\chi^2 > 7,78] = 0,1$, es decir, la región de rechazo viene definida por $\chi^2 > 7,78$. Debe pues rechazarse la hipótesis de independencia, es decir, sí que existe relación entre la edad y el gasto mensual en alimentación al un nivel de significación del 10%.