



INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA. EXAMEN RESERVA
CURSO 2.002-2.003. Convocatoria de septiembre. Código de carrera 43. Código de asignatura 203

Preguntas teóricas

1. Una empresa ha realizado dos operaciones con una compañía con sede en Gran Bretaña, que han ascendido a:

<u>Importe (Mpts)</u>	<u>Cambio de la libra</u>
270	259,0
187	262,1

¿Qué promedio debe utilizar para conocer el cambio medio de dichas operaciones? Razone la respuesta.

Respuesta.-

Considerando el “Cambio de la libra” como la variable y el “Importe (Mpts)” como la frecuencia, debemos utilizar la media armónica. En efecto:

$$\left. \begin{array}{l} 270 \text{ Mpts a } 259 \text{ pts/libra equivalen a } \frac{270 \cdot 10^6}{259,0} \text{ libras} \\ 187 \text{ Mpts a } 262,1 \text{ pts/libra equivalen a } \frac{187 \cdot 10^6}{262,1} \text{ libras} \end{array} \right\} \text{ luego el cambio medio es:}$$

$$\frac{(270 + 187) \cdot 10^6}{\frac{270 \cdot 10^6}{259,0} + \frac{187 \cdot 10^6}{262,1}} \text{ pts / libra} = \frac{270 + 187}{\frac{270}{259,0} + \frac{187}{262,1}} \text{ pts/libra} \cong 260,26 \text{ pts/libra}$$

que es la media armónica.

2. Una empresa quiere saber qué porcentaje de trabajadores recibe el 50% de la masa salarial y para ello utiliza la mediana de la distribución de rentas ¿Es correcto? Razone la respuesta.

Respuesta.-

No sería correcto por que la mediana de la distribución de rentas es aquella cantidad tal que el 50% del número de individuos percibe una renta menor o igual que ella.

3. El coeficiente de correlación lineal simple. Interpretación de sus posibles valores.

Respuesta.-

$$R = \frac{m_{11}}{\sqrt{m_{20} \cdot m_{02}}}, \text{ donde } m_{11} \text{ es la covarianza y } m_{20} \text{ y } m_{02} \text{ son las varianzas de las}$$

distribuciones marginales de la x y de la y, respectivamente. Se cumple que $-1 \leq R \leq +1$.

Su valor se usa para determinar el grado de dependencia de la y (variable endógena) respecto de la x (variable exógena)

Si $R = \pm 1$, la nube de puntos forma una linea recta con pendiente positiva (si $R = +1$) o negativa (si $R = -1$) que a su vez coincide con ambas rectas de regresión. La dependencia es exacta o funcional.

Si $R = 0$, no existe correlación entre las variables y las rectas de regresión son respectivamente $y = a_{01}$; $x = a_{10}$. No existe dependencia de tipo lineal entre las variables.

Si $|R| \geq 0,75$, se considera que la dependencia es fuerte o aceptable y en ese caso las rectas de regresión pueden usarse para hacer predicciones.

4. Deflactación de una serie de valores a precios corrientes. ¿Qué índice debe utilizarse para ello?

Respuesta.-

Consiste en convertir los precios corrientes en precios constantes del año que se toma como base. Para ello se divide cada precio por su correspondiente índice (respecto del año base) y se multiplica por 100. El índice adecuado es el de Paasche, pero la dificultad de su obtención hace que se empleen otros índices como el de Laspeyres.

Problemas

1. Mediante un ajuste por minimos cuadrados, y dada la siguiente tabla

t_i	1.986	1.987	1.988	1.989	1.990	1.991	1.992
y_i	3	6	7	8	10	11	12

hágase una previsión de la renta para este año y calcúlese el coeficiente de correlación lineal expresando el grado de bondad del ajuste efectuado.

Solución.-

Construimos la siguiente tabla, haciendo un cambio de escala en la variable t_i para facilitar los cálculos:

t_i	$t'_i = t_i - 1989$	y_i	$t'_i y_i$	t'^2_i	y^2_i
1986	-3	3	-9	9	9
1987	-2	6	-12	4	36
1988	-1	7	-7	1	49
1989	0	8	0	0	64
1990	1	10	10	1	100
1991	2	11	22	4	121
1992	3	12	36	9	144
	0	57	40	28	523

$$a_{10} = 0 \quad a_{11} = \frac{57}{7} \quad m_{11} = \frac{57}{7}$$

$$a_{01} = \frac{57}{7} \quad a_{20} = 4 \quad m_{20} = 4$$

$$a_{02} = \frac{523}{7} \quad m_{02} = \frac{523}{7} - \left(\frac{57}{7} \right)^2 = \frac{412}{49}$$

De donde la recta de regresión de Y/T':

$$y - \frac{57}{7} = \frac{10}{7} t' \Leftrightarrow y = \frac{10t' + 57}{7} \text{ o deshaciendo el cambio de escala:}$$

$$y = \frac{10(t - 1989) + 57}{7} = \frac{10t - 19833}{7}$$

La previsión de la renta para este año: $y_{2003} = \frac{197}{7} \cong 28,14$

El coeficiente de correlación (es invariante ante los cambios de escala):

$$R = \frac{40}{7 \sqrt{4 \cdot \frac{412}{49}}} \cong 0,985$$

de donde se deduce que la previsión efectuada es aceptable.

2. Se les pregunta a 500 personas con empleo cuál es, en su opinión, el problema económico más importante en España durante el año 2.001, obteniéndose el siguiente resultado

Categoría profesional	Paro	Inflación	Total
Asalariados	$n_{11}=236$	$n_{12}=86$	$n_{1.}=322$
Profesionales libres	$n_{21}=53$	$n_{22}=125$	$n_{2.}=178$
Total	$n_{.1}=289$	$n_{.2}=211$	$N=500$

¿Existe alguna relación entre la ocupación laboral y el problema que más preocupa?.

Solución.-

Construimos la tabla de las frecuencias teóricas $n'_{ij} = \frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{N}$.

Categoría profesional	Paro	Inflación	Total
Asalariados	$n'_{11}=186,12$	$n'_{12}=135,88$	322
Profesionales libres	$n'_{21}=102,88$	$n'_{22}=75,12$	178
Total	289	211	500

De aquí obtenemos los elementos de la χ^2 : $\frac{(n'_{ij} - n_{ij})^2}{n'_{ij}}$



Categoría profesional	Paro	Inflación
Asalariados	13,37	18,31
Profesionales libres	24,19	33,13

y el cuadrado de contingencia: $\chi^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(n'_{ij} - n_{ij})^2}{n'_{ij}} = 89$.

(Si los atributos considerados fuesen independientes este coeficiente sería cero.)

El coeficiente de contingencia de Pearson:

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \chi^2}} = \sqrt{\frac{89}{500 + 89}} \cong 0,39$$

Existe por tanto cierto grado de asociación entre los atributos dados.