



INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA. PRIMERA SEMANA

CURSO 2.004-2.005. Convocatoria de febrero. Código de carrera 43. Código de asignatura 203.

Preguntas teóricas

1. Una empresa ha obtenido en los tres últimos años un resultado después de impuestos de 1.000 u.m., 3.000 u.m., y -9.000 u.m. En un informe remitido al presidente de la compañía se dice que el resultado medio de este período, utilizando la media geométrica, es de -3.000 u.m.. Comente el análisis.

Respuesta.-

Podríamos decir que el promedio utilizado no es el más adecuado pues las magnitudes promediadas tienen un carácter aditivo. Por otra parte, aunque en este caso puede formalmente calcularse la media geométrica, por tratarse de un número impar de datos de producto negativo, esto hubiera sido imposible si el número de datos hubiera sido par y el producto negativo. Por ejemplo, si el año siguiente el resultado hubiese sido positivo, no se hubiera podido calcular la media geométrica de los cuatro años.

2- Cite y exprese analíticamente las medidas de asimetría de una distribución que conozca. Significado de los posibles valores del coeficiente de asimetría de Fisher.

Respuesta.-

Coeficiente de asimetría de Pearson: $P = \frac{\bar{x} - Mo}{s}$

Coeficiente de asimetría de Fisher: $g_1 = \frac{m_3}{s_3}$

Coeficiente de asimetría de Bowley: $\frac{(Q_3 - Me) - (Me - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$

donde \bar{x} = media aritmética de la variable; Mo = Moda; Me = Mediana, s = desviación típica, $m_3 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^r (x_i - a)^3 n_i$, momento de tercer orden respecto de la media, y Q_1 y Q_3 el primer y tercer cuartil

Si la distribución es simétrica, en cualquiera de los tres casos el coeficiente es = 0; si es negativo, la distribución es asimétrica a la izquierda y si es positivo, asimétrica a la derecha.

3.- Problema de la multicolinealidad en el ajuste de un plano.

Respuesta.-

Se presenta este problema cuando el coeficiente de correlación R_{12} entre las variables exógenas X_1 y X_2 es próximo a 1 ó -1, por ejemplo $0,8 < |R_{12}| < 1$. En ese caso, los coeficientes de regresión parcial que se calculen no resultan fiables. Si fuese $|R_{12}| = 1$, los coeficientes de regresión parcial no se pueden calcular pues en ambos casos se obtiene $\frac{0}{0}$.

4.- Cite los índices de precios que cumplen la propiedad de inversión. Demuestre dicha propiedad para el índice de Bradstreet-Dútot.

Respuesta.-

El índice de precios de Bradstreet-Dútot, en el periodo t, con periodo base 0:

$$I_0^t = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{it}}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{i0}} \text{ y en el periodo 0, con periodo base t: } I_t^0 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{i0}}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{it}}. \text{ El producto de ambos: } I_0^t \cdot I_t^0 = 1,$$

luego cumple la propiedad de inversión.



Otros índices de precios que la cumplen, son los índices simples, el de Edgeworth y el de Fisher.

Problemas

1 -Una determinada empresa tiene tres categorías de trabajadores, cuya productividad, en función de dicha categoría fue

<u>Categoría</u>	<u>Productividad (unidades / hora)</u>
A	15
B	40
C	10

a) Cuál es la productividad media en el conjunto de la empresa? b) Cuál es el tiempo medio empleado para fabricar una unidad y cuál el número de unidades diarias si la jornada laboral es de 8 horas? c) La empresa se compromete al pago de un bono de un 20% del salario a todos los trabajadores si se alcanza una producción diaria de 165 unidades ¿qué incremento de productividad media supondría?

Solución.-

Supondremos, para precisar, que cada una de las categorías realiza un trabajo diferente y que una unidad producida por la empresa es el resultado del trabajo de las tres categorías. Por otra parte, no parece que tenga mucho sentido suponer que las tres categorías realizan el mismo trabajo y que únicamente están diferenciadas por la rapidez en ejecutarlo ya que, en ese caso, la clasificación por productividad dada resulta muy singular (y desde luego muy artificial). En ese supuesto, tendremos:

a) El promedio adecuado para obtener la productividad media es la media armónica. En este caso, $H = \frac{3}{\frac{1}{15} + \frac{1}{40} + \frac{1}{10}} \cong 15,65$ unidades/hora.

b) El tiempo medio para fabricar una unidad será $\frac{1}{H} = 0,0638$ horas = 3min. 50 seg y el número de unidades diarias = $15,65 \cdot 8 \cong 125$.

c) $\frac{165 - 125}{125} \cdot 100 = 32 \%$.

2.- Dadas las rectas $y = 2x + 1$
 $x = 5y + 10$

Compruebe si son, respectivamente, las rectas de regresión mínimo-cuadráticas de Y sobre X y de X sobre Y de una misma serie de observaciones.

Solución.-

Si lo fuesen, debería ser: $\left. \begin{array}{l} \frac{m_{11}}{m_{20}} = 2 \\ \frac{m_{11}}{m_{02}} = 5 \end{array} \right\}$. Multiplicando miembro a miembro se obtiene

$\frac{m_{11}^2}{m_{20} \cdot m_{02}} = 10$. Pero esto no puede ser porque $\frac{m_{11}^2}{m_{20} \cdot m_{02}}$ es el coeficiente de determinación R^2 que debe ser ≤ 1 .