

## INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA. CURSO 2005-2006

### CONVOCATORIA DE FEBRERO Primera semana. Código de carrera 43. Código de asignatura 203.

#### Preguntas teóricas

1.- Una empresa especializada en sondeos ha proporcionado los resultados de un determinado estudio, realizado por encargo de un canal de televisión, en el que figuran la moda y la mediana de los programas más vistos los distintos días de la semana. ¿Está Vd., de acuerdo con las medidas utilizadas?

#### **Respuesta.-**

No porque la mediana es una medida de posición central para una variable estadística **cuantitativa** y el programa de televisión más visto de la semana es una variable **cualitativa**.

2.- Cite los ajustes no lineales por mínimos cuadrados que conozca, expresando analíticamente, en cada caso, el modelo que se pretende ajustar.

#### **Respuesta.-**

Ajuste de una parábola: .....  $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$ .

Ajuste de una hipérbola equilátera: ...  $y = a_0 + \frac{a_1}{x}$

Ajuste potencial: .....  $y = a_0 x^{a_1}$ .

Ajuste exponencial: .....  $y = a_0 a_1^x$

3.- Propiedades que cumplen y que no cumplen los índices complejos y ponderados de precios y cantidades. Comportamiento del índice de Laspeyres.

#### **Respuesta.-**

Cumplen: existencia, identidad y proporcionalidad

No cumplen: inversión y circular.

El índice de Laspeyres es el más utilizado y, aunque no cumple la propiedad de inversión, se actúa en la práctica como si la cumpliera para poder hacer enlaces entre series.

4.- Método de las medias móviles para la determinación de la tendencia.

#### **Respuesta.-**

Consiste en sustituir cada valor de una serie temporal por el promedio, centrado en dicho valor, de cierto número de valores que abarquen, normalmente, un periodo de un año. Esta nueva serie supone una suavización de la dada y pone de manifiesto la tendencia de la serie.

#### Problemas

1.-Dadas las distribuciones unitarias cuyas variables son  $x_i + h_i$  y  $x_i + \lambda h_i$ , donde  $h = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  y  $\lambda$  un parámetro desconocido a) Calcule la media aritmética y la varianza de las dos distribuciones. b) ¿Qué valor ha de tomar el parámetro  $\lambda$  para que el coeficiente de variación de la primera variable sea la mitad que el de la segunda?.

#### **Solución.-**

Obsérvese que  $\overline{h_i} = 0$  y  $\text{Var}(\overline{h_i}) = \overline{h_i^2} - (\overline{h_i})^2 = 2$ . Teniendo en cuenta además que la media de la suma de variables es la suma de las medias, que  $\overline{\lambda h_i} = \lambda \overline{h_i} = 0$  y que  $\text{Var}(\lambda h_i) = \lambda^2 \text{Var}(h_i) = 2\lambda^2$ , será:

$$a) \quad \overline{x_i + h_i} = \overline{x_i} + \overline{h_i} = \overline{x_i}$$

$$\text{Var}(x_i + h_i) = \text{Var}(x_i) + \text{Var}(h_i) + 2\text{Cov}(x_i, h_i) = \text{Var}(x_i) + 2 + 2\text{Cov}(x_i, h_i)$$

$$\overline{x_i + \lambda h_i} = \overline{x_i} + \lambda \overline{h_i} = \overline{x_i}$$

$$\text{Var}(x_i + \lambda h_i) = \text{Var}(x_i) + 2\lambda^2 + 2\lambda \text{Cov}(x_i, h_i)$$

$$b) \quad \text{CV}(x_i + h_i) = \frac{\sqrt{\text{Var}(x_i) + 2 + 2\text{Cov}(x_i, h_i)}}{\overline{x_i}}; \quad \text{CV}(x_i + \lambda h_i) = \frac{\sqrt{\text{Var}(x_i) + 2\lambda^2 + 2\lambda \text{Cov}(x_i, h_i)}}{\overline{x_i}}.$$

Debe ser :

$$2 \frac{\sqrt{\text{Var}(x_i) + 2 + 2\text{Cov}(x_i, h_i)}}{\overline{x_i}} = \frac{\sqrt{\text{Var}(x_i) + 2\lambda^2 + 2\lambda \text{Cov}(x_i, h_i)}}{\overline{x_i}} \rightarrow$$

$$4\text{Var}(x_i) + 8 + 8\text{Cov}(x_i, h_i) = \text{Var}(x_i) + 2\lambda^2 + 2\lambda \text{Cov}(x_i, h_i) \leftrightarrow$$

$$2\lambda^2 + 2\lambda \text{Cov}(x_i, h_i) - 3\text{Var}(x_i) - 8 - 8\text{Cov}(x_i, h_i) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{-2\text{Cov}(x_i, h_i) \pm \sqrt{4\text{Cov}^2(x_i, h_i) + 24\text{Var}(x_i) + 64 + 64\text{Cov}(x_i, h_i)}}{4} =$$

$$= \frac{-\text{Cov}(x_i, h_i) \pm \sqrt{\text{Cov}^2(x_i, h_i) + 6\text{Var}(x_i) + 16 + 16\text{Cov}(x_i, h_i)}}{2}$$

2.- En un determinado país una cierta actividad se desarrolla por cuatro grupos empresariales (A,B,C y D), cuyos salarios y niveles de ocupación en los ejercicios X1,X2 y X3 fueron los siguientes:

Grupo	Ocupación (nº de personas ocupadas)			Salarios (miles de u.m. por mes y empleado)		
	X1	X2	X3	X1	X2	X3
A	820	810	920	97	107	112
B	1.480	1.510	1.560	95	98	106
C	920	910	940	109	126	132
D	314	370	450	110	118	125

a) Determine los índices de salarios de Laspeyres y Paasche con base X1 igual a 100. b) ¿Cuáles serían los índices de salarios de Laspeyres y Paasche para X4 si para ese año se adoptase un convenio colectivo por el que los salarios se incrementasen 10.000 u.m. por mes y empleado permaneciendo estables las plantillas de C y D, creciendo un 5% la de A y un 2% la de B?

### Solución.-

Transpondremos la tabla dada de manera que queden los datos anuales en filas.

	Salarios $s_{it}$				Ocupación $q_{it}$			
	$s_{1t}$	$s_{2t}$	$s_{3t}$	$s_{4t}$	$q_{1t}$	$q_{2t}$	$q_{3t}$	$q_{4t}$
X1	97	95	109	110	820	1.480	920	314
X2	107	98	126	118	810	1.510	910	370
X3	112	106	132	125	920	1.560	940	450

donde los valores del subíndice i (1, 2, 3, 4) corresponden respectivamente a los cuatro grupos empresariales. Pondremos  $t=1$  (en lugar de  $t=0$ ) para el año base.

De esta forma construimos las tablas:

(I): productos de “salario por mes y empleado el año base ( $s_{i1}$ )” × “nº de personas ocupadas el año corriente ( $q_{it}$ )”, para formar el índice de Laspeyres;

(II): productos de “salario por mes y empleado ( $s_{it}$ )” × “nº de personas ocupadas ( $q_{it}$ )”

(III): productos de “salario por mes y empleado el año base ( $s_{i1}$ )” × “nº de personas ocupadas el año corriente ( $q_{it}$ )”

a)

TABLA (I)						Indice de Laspeyres
	$s_{1t}q_{1t}$	$s_{2t}q_{2t}$	$s_{3t}q_{3t}$	$s_{4t}q_{4t}$	$\sum_{i=1}^4 s_{it}q_{it}$	$S_L = \frac{\sum_{i=1}^4 s_{it}q_{it}}{\sum_{i=1}^4 s_{i1}q_{i1}} \times 100$
X1	79540	140600	100280	34540	354960	100
X2	86670	147980	114660	43660	385752	109
X3	103040	165360	124080	56250	409410	115

	TABLA II				
	$s_{1t}q_{1t}$	$s_{2t}q_{2t}$	$s_{3t}q_{3t}$	$s_{4t}q_{4t}$	$\sum_{i=1}^4 s_{it}q_{it}$
X1	79540	140600	100280	34540	354960
X2	87740	145040	115920	37052	392970
X3	91840	156880	121440	39250	448730

TABLA III					Indice de Paasche
$s_{11}q_{1t}$	$s_{21}q_{2t}$	$s_{31}q_{3t}$	$s_{41}q_{4t}$	$\sum_{i=1}^4 s_{i1}q_{it}$	$S_p = \frac{\sum_{i=1}^4 s_{it}q_{it}}{\sum_{i=1}^4 s_{i1}q_{it}} \times 100$
79540	140600	100280	34540	354960	100
78570	143450	99190	40700	361910	109
89240	148200	102460	49500	389400	115

b) Para las condiciones dadas se tiene :

Salarios $s_{it}$					Ocupación $q_{it}$			
	$s_{14}$	$s_{24}$	$s_{34}$	$s_{44}$	$q_{14}$	$q_{24}$	$q_{34}$	$q_{44}$
X4	122	116	142	135	966	1591,2	940	450

TABLA (I)						Indice de Laspeyres
	$s_{1t}q_{1t}$	$s_{2t}q_{2t}$	$s_{3t}q_{3t}$	$s_{4t}q_{4t}$	$\sum_{i=1}^4 s_{it}q_{it}$	$S_L = \frac{\sum_{i=1}^4 s_{it}q_{it}}{\sum_{i=1}^4 s_{i1}q_{i1}} \times 100$
X4	100040	171680	130640	42390	444750	125

TABLA II					
	$s_{14}q_{14}$	$s_{24}q_{24}$	$s_{34}q_{34}$	$s_{44}q_{44}$	$\sum_{i=1}^4 s_{i4}q_{i4}$
X4	117852	184579,2	133480	60750	496661

TABLA III					Indice de Paasche
$s_{11}q_{14}$	$s_{21}q_{24}$	$s_{31}q_{34}$	$s_{41}q_{44}$	$\sum_{i=1}^4 s_{i1}q_{i4}$	$S_p = \frac{\sum_{i=1}^4 s_{i4}q_{i4}}{\sum_{i=1}^4 s_{i1}q_{i4}} \times 100$
93702	151164	102460	49500	396826	125