

## INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA

SEPTIEMBRE 2007. Reserva. Código de carrera 43. Código de asignatura 203

### Preguntas teórico-prácticas

1.- Un particular tiene sus ahorros en una cuenta a plazo y quiere conocer el rendimiento medio de los tres últimos años. ¿Qué promedio debe utilizar?, ¿por qué?

#### Respuesta.-

La media geométrica. En efecto, sean  $r_1$ ,  $r_2$  y  $r_3$  los rendimientos, por unidad monetaria, respectivos de cada año de forma que, si el capital inicial ahorrado es  $C$ , el capital final será  $C(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)$ . El rendimiento medio anual  $r$  será tal que

$$C(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3) = C(1+r)^3$$

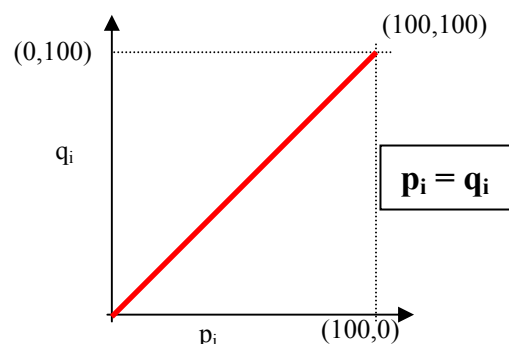
de donde  $1+r = \sqrt[3]{(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)} \rightarrow r = \sqrt[3]{(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)} - 1$ .

2.- Índice de Gini en el caso en el que la curva de Lorentz coincide con la bisectriz. Interpretación.

#### Respuesta.-

Si la curva de Lorentz, que es la poligonal que une los puntos  $(0, 0)$ ,  $(p_1, q_1)$ ,  $(p_2, q_2)$ ,  $(p_3, q_3)$ , ...,  $(p_r, q_r)$  coincide con la bisectriz, significa que  $p_i = q_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, r$ ,

$$\text{luego el índice de Gini } I_G = \frac{\sum_{i=1}^{r-1} (p_i - q_i)}{\sum_{i=1}^{r-1} p_i} = 0$$



Se considera entonces que existe equidistribución máxima de la renta.

3.- Problema de la multicolinealidad en el ajuste de un plano.

#### Respuesta.-

Se presenta este problema cuando el coeficiente de correlación  $R_{12}$  entre las variables exógenas  $X_1$  y  $X_2$  es próximo a 1 ó -1, por ejemplo  $0,8 < |R_{12}| < 1$ . En ese caso, los coeficientes de regresión parcial que se calculen no resultan fiables. Si fuese  $|R_{12}| = 1$ , los coeficientes de regresión parcial no se pueden calcular pues en ambos casos se obtiene  $\frac{0}{0}$ .

4.- Índice de precios de Fisher. Expresión analítica y propiedades que cumple.

#### Respuesta.-

Es la media geométrica de los índices de precios de Laspeyres y de Paasche.

$$P_F = \sqrt{P_L \cdot P_P}$$

La propiedad más importante que cumple es la de inversión, propiedad que precisamente no cumplen los índices de Laspeyres y de Paasche.

Cumple además las propiedades de existencia, identidad y proporcionalidad.

### PROBLEMAS.-

1.- Sabiendo que  $r = 0,60$ ,  $S_x = 3$ ,  $\bar{Y} = 2$  y que la recta de regresión de  $X$  sobre  $Y$  es  $x = 0,15y$ , determínese la recta de regresión de  $Y$  sobre  $X$  y los valores de  $S_{xy}$ ,  $S_y$  y  $\bar{X}$ .

#### Solución.-

Si llamamos  $m$  al coeficiente de regresión (la pendiente) de la recta de regresión de  $Y/X$ , se cumple que  $0,6 = \sqrt{0,15 \cdot m}$  de donde  $m = \frac{0,6^2}{0,15} = 2,4$ . Además, como la recta de regresión de  $X/Y$  carece de término independiente, deberá ser  $\bar{X} = 0,15 \cdot \bar{Y} = 0,15 \cdot 2 = 0,3$ . Luego la recta de regresión de  $Y/X$ :  $y - 2 = 2,4(x - 0,3)$ .

$$\text{Como } 2,4 = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{S_{xy}}{9} \rightarrow S_{xy} = 9 \cdot 2,4 = 21,6$$

$$\text{Como } 0,6 = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{21,6}{3 \cdot S_y} \rightarrow S_y = \frac{21,6}{3 \cdot 0,6} = 12$$

2.- En una fábrica trabajan 20.000 personas en la cadena de producción, cuyos salarios, en miles de euros se distribuyen según la tabla adjunta.

- a) Determine el coeficiente de concentración de Gini.  
b) ¿Qué parte de la nómina percibe el 5% del personal mejor pagado?  
c) ¿Qué porcentaje de los trabajadores percibe el 50% de los salarios?

Salarios	Nº trabajadores
10 -20	12.000
20- 40	6.000
40 -50	1.000
50-100	800
100-200	200

**Solución.-**

a) Construimos la tabla

$x_i$ (marca de clase)	$n_i$	$x_i n_i$	$u_i$	$q_i$	$N_i$	$p_i$	$p_i - q_i$
15	12000	180000	180000	36,36%	12000	60	23,64
30	6000	180000	360000	72,73%	18000	90	17,27
45	1000	45000	405000	81,82%	19000	95	13,18
75	800	60000	465000	93,94%	19800	99	5,06
150	200	30000	495000		20000		
		495000				344	59,15

$$I_G = \frac{\sum_{i=1}^4 p_i - q_i}{\sum_{i=1}^4 p_i} = \frac{59,15}{344} \cong 0,17$$

b) En la tabla observamos que el 81,82% de los salarios, comenzando por los más bajos, es percibido por el 95% de la plantilla. Luego el 5% del personal mejor pagado percibe el 18,18%.

c) En la tabla observamos que el 60% de los trabajadores percibe el 36,36% de los salarios y que el 90% de los trabajadores percibe el 72,73% de los salarios. Para estimar el porcentaje x de trabajadores que percibe el 50% de los salarios, efectuaremos una interpolación lineal:

$$\frac{x - 60}{50 - 36,36} = \frac{90 - 60}{72,73 - 36,36} \leftrightarrow \frac{x - 60}{13,64} = \frac{30}{36,37} \leftrightarrow x = 71,25 \%$$