ESTADÍSTICA I* 40 2-o
(Informática de Sistemas)

Primera Prueba Presencial. Primera Semana.
Curso 2000-2001.

1. El conjunto de habitantes en situación de empleo de una región determinada se ha segmentado, en función de sus ingresos anuales, en tres grupos: el 20% tiene unos ingresos bajos, el 70% unos ingresos medios y el resto ingresos altos. Se sabe que en cada grupo la proporción de titulados universitarios es de 0.1, 0.9 y 0.3, respectivamente.

   (a) Si se elige al azar un habitante de esa región, ¿cuál es la probabilidad de que sea titulado universitario?

   (b) Si el individuo seleccionado es titulado universitario, ¿a cuál grupo pertenecerá más probablemente?

2. Se dispone de 25 observaciones de dos características, X e Y, de una población. El cálculo de la recta de regresión de Y sobre X produjo los siguientes resultados:

$$y = 2.5 + 4.0x .$$

   Sabiendo que $v_x/v_y = 0.04$ (cociente de varianzas), se pide:

   (a) Calcular el coeficiente de correlación muestral entre ambas variables.

   (b) ¿Qué porcentaje de la varianza de Y representa la varianza residual?

3. Nos dicen que un programa de ordenador genera observaciones de una distribución *normal estándar*, es decir, $N(0;1)$. En una muestra aleatoria de 100 observaciones producidas mediante dicho programa se obtienen los siguientes resultados:

   6 observaciones menores que -2
   20 entre -2 y -1
   30 entre -1 y 0
   25 entre 0 y 1
   15 entre 1 y 2
   4 mayores que 2.

   Sabiendo que una distribución $N(0;1)$ asigna las probabilidades:

$$\begin{aligned} \Pr\{\text{menores que -2}\} &= 0.02\,, \\ \Pr\{\text{entre -2 y -1}\} &= 0.14\,, \\ \Pr\{\text{entre -1 y 0}\} &= 0.34\,, \end{aligned}$$

   ¿qué regla utilizaría para decidir, al nivel $\alpha = 0.01$, si el programa funciona correctamente o no? (*No es necesario completar los cálculos, pero debe exponer claramente las operaciones que habría que hacer con los datos proporcionados en el enunciado*)

   Datos auxiliares: $\chi^2_{3;0.01} = 11.345$, $\chi^2_{5;0.01} = 15.086$, $\chi^2_{6;0.01} = 16.812$.

4. El departamento de control de calidad de una empresa afirma que el porcentaje de artículos defectuosos que salen de su cadena de montaje no supera el 5%. En un experimento posterior se obtuvo que de un total de 1000 artículos había 70 defectuosos. ¿Avala dicho experimento la afirmación hecha por el departamento de control de calidad? Tómese un nivel de significación $\alpha = 0.05$.

   Datos auxiliares: Si F es la *función de distribución* de una $N(0;1)$, $F(-1.645) = 0.05$, $F(1.96) = 0.975$, $F(0.05) = 0.52$

*NO se permite el uso de CALCULADORA.

ESTADÍSTICA I
(Informática de Sistemas)
Primera Prueba Presencial. Primera Semana
Curso 2000-2001
Soluciones NO OFICIALES

1 Problema 1

(a) $P(U) = P((A \cap U) \cup (B \cap U) \cup (C \cap U)) = 0,2 \cdot 0,1 + 0,7 \cdot 0,9 + 0,1 \cdot 0,3 = \mathbf{0,68}$

(b) $P(A|U) = \dfrac{0,02}{0,68} = 0,03;\ P(B|U) = \dfrac{0,63}{0,68} = \mathbf{0,93};\ P(C|U) = \dfrac{0,03}{0,68} = 0,04$

Pertenecerá con mayor probabilidad al grupo de **ingresos medios**.

2 Problema 2

(a) $r = \dfrac{cov_{x,y}}{\sqrt{v_x v_y}}$

$$b = -4,0 \ \Rightarrow\ \frac{cov_{x,y}}{v_x} = -4 \ \Rightarrow\ cov_{x,y} = -4v_x$$

$$\frac{v_x}{v_y} = 0,04 \ \Rightarrow\ v_x = 0,04v_y$$

$$r = \frac{-4v_x}{\sqrt{0,04v_y v_y}} = \frac{-4v_x}{0,2v_y} = -20 \cdot 0,04 = \mathbf{-0,8}$$

(b) Varianza residual $= v_y(1 - r^2) = v_y(1 - 0,64) = 0,36v_y = 36\%\ v_y$

3 Problema 3

Contraste de la bondad del ajuste (1^{er} caso): H_0 = "El modelo de probabilidad X es $N(0;1)$"

	O_i	e_i	O_i^2/e_i
P(<-2)	6	2	18,00
P(-2,-1)	20	14	28,57
P(-1,0)	30	34	26,47
P(0,1)	25	34	18,38
P(1,2)	15	14	16,07
P(>2)	4	2	8,00
			115,49

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{O_i^2}{e_i} - n = 115,49 - 100 = 15,49$$

$$\chi^2_{k-1;\alpha} = \chi^2_{5;0,01} = 15,086$$

$15,49 > 15,086 \ \Rightarrow$ Rechazamos la hipótesis nula H_0

4 Problema 4

$X \sim B(1,p);\ H_0 : p = p_0$

$$R = \left\{ |\overline{x} - p_0| > z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right\} = \left\{ |0,05 - 0,07| > z_{0,025}\sqrt{\frac{0,07(1-0,07)}{1000}} \right\} =$$

$\{0,02 > 0,0158\} \Rightarrow$ **NO**