Problema 4. Primera semana. Se piensa que el tiempo de respuesta de un equipo informático, cuando se le solicita cierto tipo de información, sigue una distribución exponencial con parámetro $\lambda = 1$ seg. (por tanto, la densidad es $f(x) = e^{-x}$, para $x \geq 0$). Contraste dicha hipótesis utilizando los siguientes datos:

► Los puntos $0.22, 0.51, 0.92, 1.61$ determinan 5 clases equiprobables para la densidad citada.

► La frecuencia observada en cada una de estas clases, en un muestreo aleatorio de tamaño 40, es:

$$6, 8, 10, 7, 9$$

respectivamente.

Datos auxiliares: $\chi^2_{5;0.025} = 12.833$; $\chi^2_{4;0.05} = 9.488$; $\chi^2_{5;0.05} = 11.07$

Solución

Comparamos las frecuencias observada y esperada mediante el estadístico $\chi^2 = \sum_{i=1}^{5} \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i}$. Los resultados se muestran en la siguiente tabla

Clases	O_i	e_i	$(O_i - e_i)^2$	$\frac{(O_i-e_i)^2}{e_i}$	$\sum_{i=1}^{5} \frac{(O_i-e_i)^2}{e_i}$
Menores que 0.22	6	8	4	$4/8$	1.25
$0.22 - 0.51$	8	8	0	0	
$0.51 - 0.92$	10	8	4	$4/8$	
$0.92 - 1.61$	7	8	1	$1/8$	
Mayores que 1.61	9	8	1	$1/8$	

El procedimiento que vamos a aplicar consiste en rechazar la hipótesis de interés —para el nivel de significación α— si se satisface la desigualdad

$$\sum_{i=1}^{5} \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} > \chi^2_{5-1;\alpha}$$

En nuestro caso, el estadístico proporciona el valor 1.25 y, según los datos auxiliares, $\chi^2_{4;0.05} = 9.488$. Como consecuencia, no hay suficiente evidencia —al nivel de significación 0.05— contra la hipótesis de que "*el tiempo de respuesta sigue una distribución exponencial con parámetro $\lambda = 1$ seg.*"