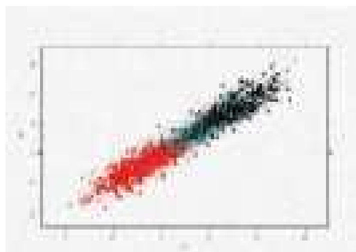
ESTADÍSTICA (SISTEMAS)

Profesores: Hilario Navarro. Jorge Martín



DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA,
INVESTIGACIÓN OPERATIVA Y CÁLCULO
NUMÉRICO

Segunda unidad didáctica.
Problemas propuestos de Probabilidad

Curso 2004-2005

Problema 1. Cada uno de los dígitos que forman una clave de tres dígitos se elige, con independencia de los otros, entre los números: $0, 1, 2, \ldots, 9$. Determínese:

(a) la probabilidad de que la clave tenga al menos dos cifras iguales.

(b) la probabilidad de que, si la clave obtenida es un número par, no sea superior a 100.

Problema 2. Con el enunciado del problema anterior se pide calcular:

(a) la probabilidad de que la clave sea un número de dos cifras.

(b) la probabilidad de que la clave sea un múltiplo de 5.

(c) la probabilidad de que la clave sea un número par de dos cifras.

Problema 3. Un programa se ejecuta desde uno cualquiera de cuatro periféricos A, B, C y D con arreglo al siguiente protocolo: en un primer intento, si A está operativo, el programa se ejecuta desde A. Si A no está operativo se realiza un segundo intento consistente en lanzar dos monedas y ejecutar el programa: desde B si no se obtuvo ninguna cara, desde C si se obtuvo una cara o desde D si se obtuvieron dos caras. Si el periférico seleccionado en el segundo intento no está operativo el programa no se ejecuta. La probabilidad de que cada periférico esté operativo es p y lo está o no con independencia del estado de los otros.

(a) Calcular la probabilidad de que el programa no se ejecute.

(b) Si el programa se ha ejecutado, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya hecho en el segundo intento?

Problema 4. Un algoritmo de búsqueda inspecciona una lista de 1000 registros a fin de localizar un registro determinado. El algoritmo emplea un procedimiento secuencial de búsqueda: recorre la lista de izquierda a derecha, comprobando si cada registro coincide con el que busca, hasta que lo encuentra. Se pide:

(a) Calcular la probabilidad de que lo encuentre en 6 intentos.

(b) Calcular la probabilidad de que tenga que realizar k intentos.

(c) Determinar el número medio de intentos que realiza.

Problema 5. Una cadena de montaje produce lotes de piezas. La proporción de piezas defectuosas en cada uno de esos lotes es una variable aleatoria X con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} k\left(\frac{1}{4} - x\right) & , \text{ si } 0 < x < \frac{1}{4} \\ 0 & , \text{ en otro caso} \end{cases}$$

Determínese

(a) El valor de la constante k.

(b) La proporción media de piezas defectuosas que contendrá un lote determinado.

(c) Ciertos controles de calidad obligan a retirar los lotes que contienen una proporción de piezas defectuosas superior al 10 %. Si el coste de producción de cada lote es de 100 euros, ¿cuál deberá ser el precio mínimo de venta para garantizar un beneficio por lote de al menos 4 euros?

Problema 6. Se supone que el voltaje medido en cierto circuito eléctrico es una variable aleatoria con distribución normal de media 120 y desviación típica 2. Realizada una medición cualquiera, calcule la probabilidad de que

(a) Proporcione un voltaje superior a 118. Un voltaje entre 116 y 118.

(b) Se obtenga un voltaje que difiera del voltaje medio en al menos una unidad.

Problema 7. El tiempo que un ordenador tarda en ejecutar cierto algoritmo es una variable aleatoria con distribución normal de media y varianza desconocidas. Se sabe que el 15.87 % de las ocasiones el algoritmo tarda en ejecutarse al menos 6 segundos y que el 99 % de las ocasiones el tiempo de ejecución no es superior a 7 segundos. Determínese la media y la desviación típica de la distribución.

Problema 8. Cierto aparato registra el nivel de saturación de la red eléctrica en una comarca. El error relativo porcentual de la medida dada por el aparato es una variable aleatoria continua X con función de distribución

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } x < 0 \\ 1 - (1-x)^3 & , \text{ si } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & , \text{ si } x > 1 \end{cases}$$

Determinar:

(a) La función de densidad de la variable X.

(b) La probabilidad de que una medida registrada por el aparato tenga un error entre el 0.1 % y el 0.2 %.

(c) El error relativo medio.

Problema 9. La variable aleatoria X que mide —en días— el tiempo de funcionamiento de determinados equipos, hasta que comienzan a presentar fallos, tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } x \leq 0 \\ \frac{1}{1000} e^{-x/1000} & , \text{ si } x > 0 \end{cases}$$

Determinar:

(a) La probabilidad de que uno de estos equipos dure al menos 100 días.

(b) La probabilidad de que un equipo que no ha fallado en 100 días, comience a hacerlo antes de 500.

(c) Si un sistema está formado por tres de estos equipos conectados en serie, ¿cuál es la probabilidad de que el sistema funcione correctamente durante al menos 300 días? Supóngase que cada equipo funciona con independencia de los otros.