

TEORÍA DE AUTÓMATAS I

Informática de Sistemas

Soluciones a las cuestiones de examen del curso 2001/02

Febrero 2002, 1ª semana

1. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Los autómatas finitos tienen un número finito de estados
- b) Los autómatas finitos sólo pueden aceptar lenguajes finitos
- c) Las máquinas de Turing y los autómatas de pila son autómatas finitos
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

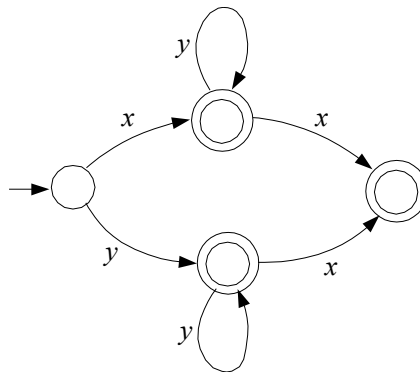
Solución: A.

2. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Nunca se puede afirmar con seguridad que un autómata finito no determinista acepta una cadena
- b) Un autómata finito no determinista sólo puede utilizarse para aceptar lenguajes finitos
- c) Un autómata finito no determinista acepta una cadena cuando es posible que su análisis deje a la máquina en un estado de aceptación
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: C.

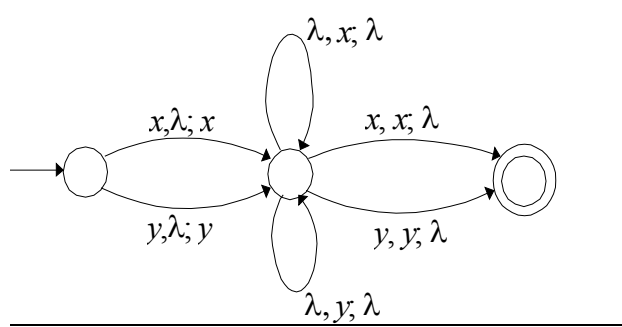
3. Señale la expresión regular que representa el lenguaje que acepta el siguiente autómata.



- a) $(xy^*x \cup yy^*x \cup y \cup x)$
- b) $(xy^*x \cup yy^*x \cup yy^* \cup xx^*)$
- c) $(xy^*x \cup yy^*x)$
- d) Ninguna de las anteriores

Solución: D.

4. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera con respecto al autómata de la figura:



- a) Es determinista.
- b) Es no determinista (en sentido estricto)
- c) Es no determinista (en sentido estricto) sólo si el alfabeto de la máquina incluye más símbolos que x e y
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: B. Para la cadena xx , después de la transición $x, \lambda; x$ existen dos posibilidades: $\lambda, x; \lambda$ y $x, x; \lambda$.

5. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) El número total de lenguajes no regulares es finito
- b) El número total de lenguajes no regulares es infinito contable
- c) El número total de lenguajes regulares es finito
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: D.

6. Dado el alfabeto $\{x, y\}$, indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) El lenguaje formado por las cadenas que tienen el mismo número de x e y no es independiente del contexto
- b) El lenguaje de los palíndromos de $\{x, y\}^*$ es regular (un palíndromo es una cadena que es idéntica a sí misma escrita a la inversa)
- c) El lenguaje formado por las cadenas que tienen un número impar de x y un número par de y no es regular
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: D.

7. Dado un lenguaje independiente del contexto (LIC) asociado a un alfabeto Σ , ¿es posible construir un analizador sintáctico del tipo $LR(k)$?

- a) Sí, para todo LIC
- b) No, no es posible para ningún LIC
- c) Sólo es posible para LIC deterministas
- d) Es posible para todos los LIC deterministas y para algunos LIC no deterministas.

Solución: C. Ver la pág. 133 del libro de texto.

8. Si iniciamos la máquina de Turing de la figura con la cadena $\Delta y x \Delta \Delta \Delta \dots$,

- a) La máquina se detiene al cabo de un cierto número de operaciones, habiendo modificado el contenido de su cinta
- b) La máquina termina anormalmente
- c) La máquina entra en un bucle y no termina nunca
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

$$\rightarrow R_{\Delta} L \xrightarrow{x, y} \} \xrightarrow{u} \# R_{\Delta} R_{\Delta} u L_{\#} u$$

Solución: A.

9. De entre las siguientes afirmaciones, señale la afirmación verdadera:

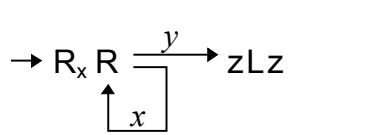
- a) Para cada autómata finito no determinista M existe una gramática en la forma normal de Chomsky que genera el lenguaje $L(M)$, siempre que éste no contenga la cadena vacía
- b) Para todo autómata de pila determinista M que vacía su pila antes de aceptar una cadena existe una gramática regular que genera el lenguaje $L(M)$.
- c) Las máquinas de Turing no deterministas son más potentes que las deterministas
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: A. Porque todo autómata finito, no determinista o determinista, acepta un lenguaje regular, y todo lenguaje regular que no contenga la cadena vacía puede escribirse en la forma normal de Chomsky

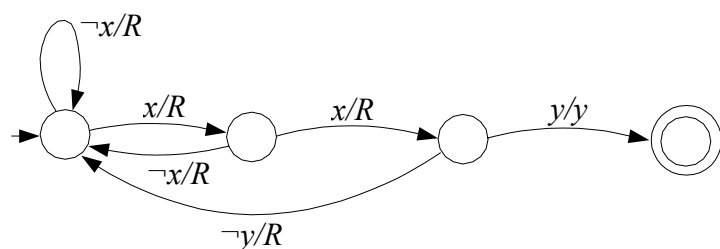
10. Dado el alfabeto $\{x, y\}$, indique cuál de las siguientes afirmaciones es cierta con respecto a los lenguajes L_1 y L_2 aceptados, respectivamente, por las máquinas de Turing M_1 y M_2 de la figura:

- a) $L_1 = L_2$
- b) $L_1 \subset L_2$
- c) $L_2 \subset L_1$
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

M_1



M_2



Solución: C. Toda cadena que pertenezca a L_2 contiene al menos una x , y por eso pertenece a L_1 .

11. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) La concatenación de un lenguaje regular con su complementario puede no ser regular

- b) La concatenación de un lenguaje estructurado por frases decidible y su complementario puede no ser estructurado por frases
- c) El complementario de un lenguaje independiente de contexto nunca es regular
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: D. El complementario de un lenguaje regular es regular, y la concatenación de dos lenguajes regulares es siempre regular. El complementario de un lenguaje estructurado por frases es estructurado por frases, y la concatenación de dos lenguajes estructurados por frases es un lenguaje estructurado por frases. Finalmente, el complementario de un lenguaje independiente del contexto regular es siempre regular, luego la afirmación c) también es falsa.

12. Indique cuál es el tipo de autómatas más sencillo (menos potente) capaz de aceptar el lenguaje $\{x^n\} \cup \{x^ny^n\}$, donde n es un número entero positivo.

- a) Un autómata finito
- b) Un autómata de pila determinista.
- c) Un autómata de pila no determinista
- d) Una máquina de Turing.

Solución: B. Es fácil construir el autómata.

13. Dado un alfabeto Σ , llamamos L_1 al conjunto de lenguajes de Σ aceptados por máquinas de Turing deterministas con una sola cinta, L_2 al conjunto de lenguajes de Σ aceptados por máquinas de Turing deterministas con varias cintas y L_3 al conjunto de lenguajes de Σ aceptados por máquinas de Turing no deterministas y con varias cintas. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) $L_1 = L_2 \subset L_3$
- b) $L_1 \subset L_2 = L_3$
- c) $L_1 \subset L_2 \subset L_3$
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: D. Toda máquina de Turing de una cinta no determinista es equivalente (en cuanto al lenguaje que acepta) a una máquina de Turing determinista de una cinta, y ésta es equivalente a su vez a una máquina de varias cintas.

14. Indique cuál es el tipo de autómata más sencillo (menos potente) capaz de reconocer el lenguaje $\{x^nyx^n\}$, donde n es un número natural.

- a) Un autómata finito.
- b) Un autómata de pila determinista que vacía su pila antes de aceptar la cadena.
- c) Una máquina de Turing.
- d) Ninguno, el lenguaje no es computable.

Solución: B.

15. Indique cómo caracterizaría las cadenas que genera la siguiente gramática:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow S_1 \\
S_1 &\rightarrow x S_1 y \\
S_1 &\rightarrow xy \\
S &\rightarrow S_2 \\
S_2 &\rightarrow x S_2 y y \\
S_2 &\rightarrow xy
\end{aligned}$$

- a) $xy^*(xy^*)^*$
b) $\{x^n y^m : m \text{ y } n \text{ son enteros positivos tales que } m = n \text{ o } m = 2n\}$
c) $x^* (yy)^* \cup (xy)^*$
d) Ninguna de las caracterizaciones anteriores es válida

Solución: D. $L(G) = \{x^n y^m : m \text{ y } n \text{ son enteros positivos tales que } m = n \text{ o } m = 2n-1\}$.

16. Identifique cuál de las siguientes afirmaciones es cierta con respecto a los lenguajes $L(G_1)$ y $L(G_2)$:

$$G_1 = \begin{cases} S \rightarrow X \\ S \rightarrow Y \\ X \rightarrow xXy \\ Y \rightarrow xxYy \\ X \rightarrow \lambda \\ Y \rightarrow \lambda \end{cases} \quad G_2 = \begin{cases} S \rightarrow X \\ X \rightarrow Y \\ X \rightarrow xXy \\ Y \rightarrow xxYy \\ X \rightarrow \lambda \\ Y \rightarrow \lambda \end{cases}$$

- a) $L(G_1) \subset L(G_2)$
b) $L(G_2) \subset L(G_1)$
c) $L(G_2) = L(G_1)$
d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: A. $L(G_1) = \{x^n y^n\} \cup \{x^{2n} y^n\}$, mientras que $L(G_2) = \{x^n y^m \mid m \leq n \leq 2m\} = L(G_2)$, de modo que $L(G_1) \subset L(G_2)$

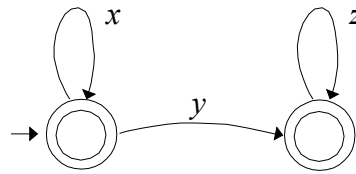
Febrero 2002, 2ª semana

17. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Un autómata finito determinista M reconoce un lenguaje $L(M)$ si acepta todas las cadenas de dicho lenguaje
b) Un autómata finito determinista M reconoce un lenguaje $L(M)$ si acepta exclusivamente la colección de cadenas de dicho lenguaje
c) Un autómata finito determinista M reconoce un lenguaje $L(M)$ si la colección de cadenas de dicho lenguaje es determinista
d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: B.

18. Indique cuál de las siguientes expresiones regulares caracteriza al lenguaje reconocido por el autómata de la figura:

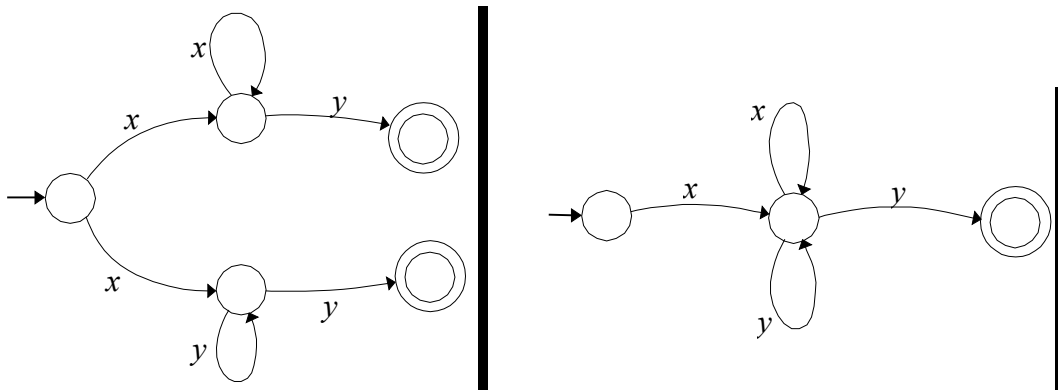


- a) $x^* \cup yz^*$
- b) $x^* \cup yz^* \cup x^*y$
- c) x^*yz^*
- d) Ninguna de las anteriores

Solución: D.

19. Dado el alfabeto $\{x,y\}$, indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera con respecto a los lenguajes L_1 y L_2 aceptados, respectivamente, por los autómatas de la figura:

- a) $L_1 = L_2$
- b) $L_1 \subset L_2$
- c) $L_2 \subset L_1$
- d) Ninguna de las anteriores



Solución: B.

20. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Un autómata finito no determinista es una representación abreviada de un autómata finito determinista
- b) En un diagrama completo que represente a un autómata finito determinista, de cada estado sale un arco por símbolo y sólo uno
- c) Los autómatas finitos no deterministas son más potentes que los autómatas finitos deterministas
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: B.

21. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) El número total de autómatas finitos es infinito incontable
- b) El número total de autómatas de pila es infinito incontable
- c) El número total de máquinas de Turing es infinito incontable
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

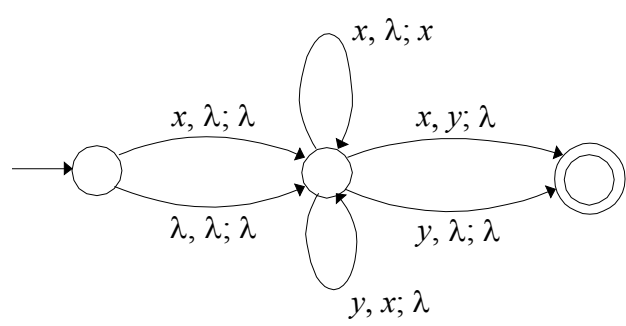
Solución: D.

22. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Una gramática estructurada por frases que no genere la cadena vacía siempre puede expresarse en la forma normal de Chomsky.
- b) Dado un alfabeto Σ , la gramática del lenguaje formado por todas las cadenas que contienen al menos tres símbolos del alfabeto siempre puede expresarse en forma normal de Chomsky.
- c) Dado un lenguaje regular, siempre existe una gramática independiente de contexto en forma normal de Chomsky que lo genera
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: B. El lenguaje constituido por todas las cadenas que contienen al menos tres símbolos del alfabeto es independiente del contexto y además no incluye la cadena vacía, por lo que la gramática que lo genera puede expresarse en la forma normal de Chomsky. Ningún lenguaje que contenga la cadena vacía puede expresarse en la forma normal de Chomsky.

23. Dado el autómata de la figura, indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:



- a) El autómata es determinista
- b) El autómata siempre vacía su pila antes de llegar a un estado de aceptación
- c) El autómata puede reconocer la cadena xy vaciando su pila antes de llegar al estado de aceptación
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: C. Hay dos caminos posibles para llegar al estado de aceptación: $\{x, \lambda; \lambda\} - \{y, \lambda; \lambda\}$ y $\{\lambda, \lambda; \lambda\} - \{x, \lambda; x\} - \{y, \lambda; \lambda\}$.

24. Indique cuál de las afirmaciones es cierta con respecto a la siguiente gramática:

$$\begin{array}{lcl}
 S & \rightarrow & X \\
 S & \rightarrow & Y \\
 X & \rightarrow & xXy \\
 Y & \rightarrow & xxYy \\
 X & \rightarrow & \lambda \\
 Y & \rightarrow & \lambda
 \end{array}$$

- a) Está escrita en la forma normal de Chomsky
- b) Podría escribirse en la forma normal de Chomsky
- c) Genera el lenguaje $x^m y^n$ tal que $n \leq m \leq 2n$.
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: D. Como genera la cadena vacía, no puede escribirse en la forma normal de Chomsky. El apartado c) también es falso, pues no puede generar la cadena $x^3 y^2$.

25. Los lenguajes reconocidos por analizadores sintácticos de tipo $LR(k)$ son...

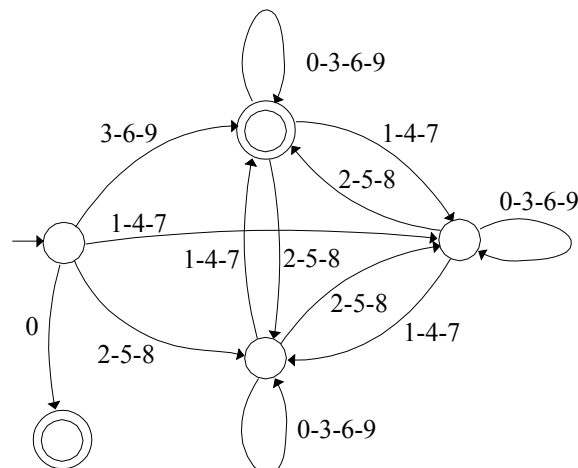
- a) los lenguajes regulares
- b) los lenguajes independientes del contexto deterministas
- c) los lenguajes independientes de contexto
- d) los lenguajes estructurados por frases decidibles

Solución: B. Cf. pág. 133 del libro de texto.

26. Dado el alfabeto $\{0, \dots, 9\}$, el lenguaje formado por los números enteros no negativos múltiplos de 3:

- a) Es regular
- b) Es independiente del contexto determinista (en sentido estricto)
- c) Es independiente del contexto (en sentido estricto, es decir, no es independiente del contexto determinista)
- d) Es estructurado por frases (en sentido estricto)

Solución: A. El siguiente autómata reconoce el lenguaje (para simplificar el diagrama, cada arco rotulado con 1-4-7 representa tres arcos rotulados con 1, 4 y 7)



27. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) La tesis de Turing implica que para todo lenguaje existe una máquina de Turing que lo acepta, ya sea el alfabeto finito o infinito.
- b) La tesis de Turing implica que los lenguajes más generales que existen son los lenguajes estructurados por frases.
- c) Dada una máquina de Turing, existe una gramática estructurada por frases que genera el mismo lenguaje que acepta el autómata si y sólo si la máquina es determinista.
- d) Todas las afirmaciones anteriores son falsas.

Solución: D. Existen lenguajes no computables, que no son estructurados por frases y que ninguna máquina de Turing acepta. La opción c) también es falsa: dada una máquina de Turing, existe una gramática estructurada por frases que genera el lenguaje aceptado por el autómata.

28. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) La concatenación de un lenguaje regular con su complementario puede no ser regular.
- b) La concatenación de un lenguaje estructurado por frases decidible y su complementario puede no ser estructurado por frases.
- c) El complementario de un lenguaje independiente de contexto nunca es regular.
- d) Las tres afirmaciones anteriores son falsas.

Solución: D. El complementario de un lenguaje regular es regular, y la concatenación de dos lenguajes regulares es siempre regular. El complementario de un lenguaje estructurado por frases es estructurado por frases, y la concatenación de dos lenguajes estructurados por frases es un lenguaje estructurado por frases. Finalmente, el complementario de un lenguaje independiente del contexto que sea a su vez regular es regular, luego la afirmación c) también es falsa

29. Si iniciamos la máquina de Turing de la figura con la cadena $\underline{\Delta}yx\Delta\Delta\Delta\dots$, la configuración de la cinta se convertirá en:

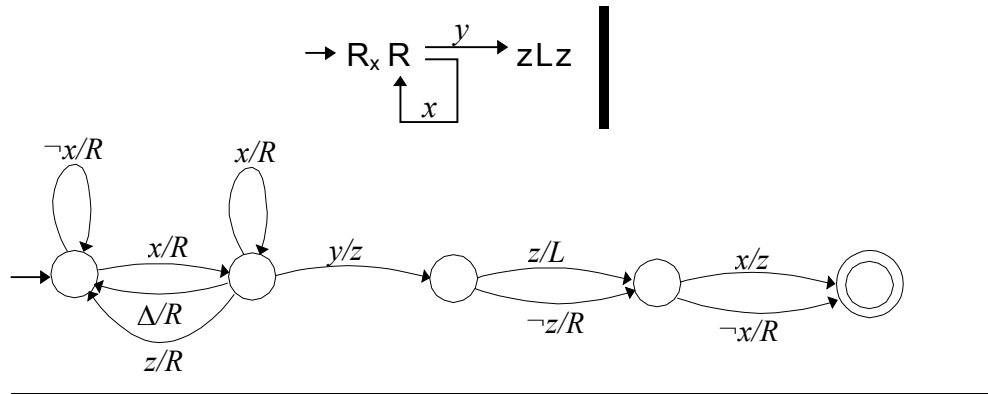
- a) $\underline{\Delta}yx\Delta\Delta\Delta\dots$
- b) $\underline{\Delta}yx\Delta xy\Delta\Delta\dots$
- c) $\underline{\Delta}\Delta\Delta\Delta\dots$
- d) Ninguna de las anteriores

$$\rightarrow R_{\Delta} L \xrightarrow{x, y} \} \xrightarrow{u} \# R_{\Delta} R_{\Delta} u L_{\#} u$$

Solución: D.

30. Dado el alfabeto $\{x, y, z\}$ y estas dos máquinas de Turing, sea L_1 el lenguaje aceptado por la primera y L_2 el aceptado por la segunda. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) $L_1 = L_2$
- b) $L_1 \subset L_2$
- c) $L_2 \subset L_1$
- d) Ninguna de las anteriores



Solución: C. Toda cadena que pertenezca a L_2 contiene al menos una x , y por eso pertenece a L_1 .

31. Indique cuál es el tipo de autómata más sencillo (menos potente) capaz de reconocer el lenguaje $\{x^n y x\} \cup \{x^n y x^n\}$, donde n es un número entero positivo.

- a) Un autómata finito.
- b) Un autómata de pila determinista.
- c) Un autómata de pila no determinista
- d) Una máquina de Turing.

Solución: B. Es fácil construir el autómata, aunque no es posible que al mismo tiempo vacíe su pila antes de llegar al estado de aceptación

32. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Los lenguajes regulares no pueden ser decidibles
- b) Algunos lenguajes estructurados por frases decidibles son reconocidos por un autómata de pila
- c) Algunos lenguajes independientes del contexto no son decidibles
- d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta

Solución: B. Ejemplo: $L = \{x^n y^n\}$, por ser independiente de contexto, es estructurado por frases decidable.