

TEORÍA DE AUTÓMATAS I

Informática de Sistemas

Soluciones a las cuestiones de examen del curso 1998/99

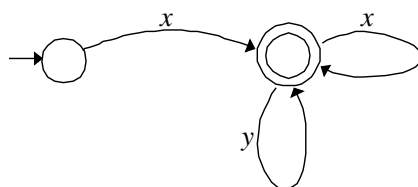
Febrero 99, 1ª semana

1. ¿Son equivalentes (en cuanto reconocedores de lenguajes) esta tabla de transiciones y este autómata?

a) Sí

b) No

	x	y	FDC
1	3	2	error
2	error	error	error
3	3	3	aceptar



Solución: A.

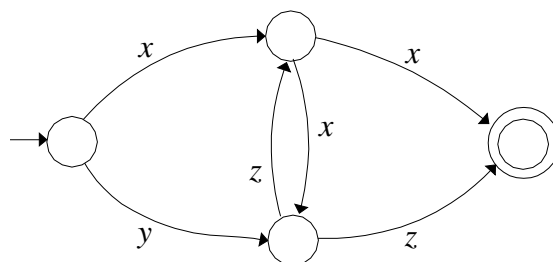
2. Sea el alfabeto $\{0,1,2,3,4\}$. El lenguaje L formado por todas las cadenas tales que la suma de sus símbolos vale 100 y tienen tantos unos como doses, ¿es regular?

a) Sí

b) No

Solución: A. Sea L' el lenguaje **finito** de las cadenas formadas a partir del alfabeto $\{1,2,3,4\}$ según la condición del enunciado. Cada cadena de L es de la forma $0^*a0^*b0^*c0^*\dots0^*$, donde $a, b, c\dots$ son símbolos de $\{1,2,3,4\}$ y $abc\dots$ es una cadena de L' . Por tanto, L viene dado por la unión de un número finito de expresiones regulares formadas a partir de cada una de las cadenas de L' .

3. “El lenguaje que acepta el siguiente autómata es $((x \cup yz) \circ (xz)^* \circ (x \cup xz)) \cup yz$.”



a) Verdadero

b) Falso

Solución: A. Es la expresión que se obtiene al eliminar primero el estado de abajo, según las indicaciones dadas en la pág. 65 del libro de texto.

4. ¿Son equivalentes la expresión regular $(x \cup yx^*y) \cdot x^*$ y esta gramática?

- a) Sí b) No

$$S \rightarrow xA$$

$$S \rightarrow yB$$

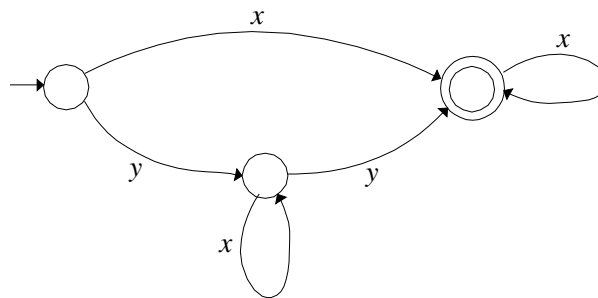
$$A \rightarrow xA$$

$$A \rightarrow \lambda$$

$$B \rightarrow xB$$

$$B \rightarrow yA$$

Solución: A. Ambos equivalen al siguiente autómata:



5. ¿Son equivalentes las expresiones regulares $(x \cup y^*) \circ (x \cup y)^*$ y $(x \cup y)^*$?

- a) Sí b) No

Solución: A. Por un lado, toda cadena representada por $(x \cup y^*)$ puede representarse también por la segunda, y en consecuencia toda cadena representada por la primera expresión del enunciado puede representarse también por la segunda. Por otro lado, toda cadena representada por la segunda expresión puede representarse también por la primera, pues la expresión $(x \cup y^*)$ representa —entre otras— la cadena vacía.

6. La concatenación de un lenguaje regular con su complementario, ¿es regular?

- a) Sí, siempre b) No necesariamente

Solución: A. El complementario es regular, y la concatenación de dos lenguajes regulares es siempre regular.

7. “La intersección de los lenguajes representados por las expresiones regulares $(x \cup y) \circ y \circ (x \cup y)^*$ e $y \circ (x \cup y)^*$ es el lenguaje representado por $y \circ (x \cup y)^*$.”

- a) Verdadero b) Falso

Solución: B. La cadena yx , representada por la última expresión, no pertenece al primer lenguaje.

8. El lenguaje $\{x^n y^m \mid n - m < 3\}$, ¿es regular?

- a) Sí b) No

Solución: B. La demostración es análoga a la del teorema 1.2 del libro de texto (pág. 40): puesto que el lenguaje contiene infinitas cadenas de la forma $x^n y^n$, para algún n ha de contener cadenas de la forma $x^m y^n$ con m arbitrariamente grande.

9. La estrella de Kleene del lenguaje $x^n y^n$, ¿es independiente de contexto?

- a) Sí b) No

Solución: A. La estrella de Kleene de todo lenguaje independiente de contexto es independiente de contexto.

10. La intersección de dos lenguajes independientes de contexto no regulares, ¿puede ser regular?

- a) Sí (en algún caso) b) No, nunca

Solución: A. Ejemplo: $\{x^n y^n\} \cap \{x^n z^n\} = \{\lambda\}$.

11. Dada la gramática $\{S \rightarrow xSy, S \rightarrow xy\}$, nos piden que construyamos una tabla para un analizador sintáctico LL. ¿Es correcta la siguiente solución?

	xx	xy	y	FDC
S	xSy	xy	error	error

- a) Sí b) No

Solución: B. Falta una columna para x FDC.

12. El lenguaje generado por la siguiente gramática, ¿es independiente de contexto?

- a) Sí b) No

$$\begin{aligned} S &\rightarrow xN \\ N &\rightarrow Sx \\ xNx &\rightarrow y \end{aligned}$$

Solución: A. Es el lenguaje $\{x^{n+1} y x^n \mid n \geq 0\}$.

13. ¿Cuántas máquinas de Turing [no deterministas] existen con una cinta, dos estados y alfabeto de cinta $\{x, \Delta\}$?

- a) Menos de 20.000 b) 20.000 o más

Solución: B. Cada transición viene determinada por el estado de partida (una sola opción, ya que desde el estado de parada no hay transiciones), estado de llegada (dos opciones), símbolo de cinta (dos opciones) y acción (cuatro opciones: escribir x , escribir Δ , desplazar a la derecha o desplazar a la izquierda); hay por tanto $1 \times 2 \times 2 \times 4 = 16$ transiciones posibles. Cada una de estas transiciones puede estar presente en el autómatas o no, lo que da lugar a $2^{16} = 65.536$ máquinas diferentes.

14. Supongamos que la máquina S_R se pone en marcha con la cabeza en la primera celda. ¿Se produce terminación anormal? [S_R es la máquina de desplazamiento hacia la derecha, utilizada en la construcción modular de máquinas de Turing, aunque en este

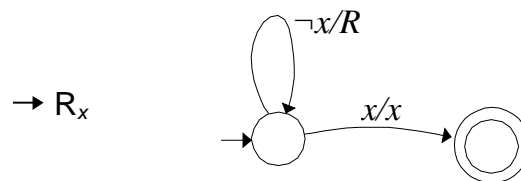
problema estamos considerando el funcionamiento de la máquina en sí misma, no como componente de otra máquina más compleja.]

- a) Sí, siempre b) Depende del contenido inicial de la cinta

Solución: A. Cualquiera que sea el contenido de la primera celda, la máquina escribe en ella un espacio en blanco y se desplaza hacia la izquierda para buscar la cadena que debe mover, lo que provoca una terminación anormal.

15. Dado el alfabeto $\{x, y\}$, ¿reconocen el mismo lenguaje estas dos máquinas de Turing?

- a) Sí b) No



Solución: A. En ambos casos es el lenguaje formado por las cadenas que contienen al menos una x .

16. La concatenación de un lenguaje estructurado por frases decidable y su complementario, ¿es estructurado por frases?

- a) Sí, siempre b) No necesariamente

Solución: A. El complementario es estructurado por frases, y la concatenación de dos lenguajes estructurados por frases es un lenguaje estructurado por frases.

Febrero 99, 2ª semana

17. “La intersección de los lenguajes $x^n y^n$ y $x^{3m} y^{2n}$ es un lenguaje independiente de contexto no regular.”

- a) Verdadero b) Falso

Solución: A. La intersección es $x^{6n} y^{6n}$.

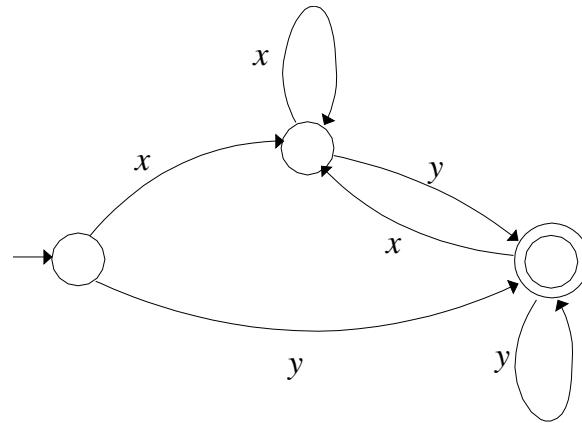
18. Sea L un lenguaje regular del alfabeto $\{x, y, z\}$. Sea $L' = \{xyzw \mid w \in L\}$, es decir, el lenguaje resultante de anteponer la secuencia xyz a cada cadena de L . ¿Es regular L' ?

- a) Sí, siempre b) Depende de L

Solución: A. L' es la concatenación de dos lenguajes regulares: $\{xyz\}$ y L .

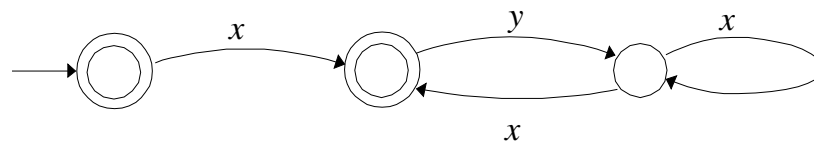
19. “El lenguaje que acepta el siguiente autómata es $(x * y)^*$.”

- a) Verdadero b) Falso



Solución: B. Porque no acepta la cadena vacía.

20. Queremos construir un autómata M tal que $L(M)$ sea el lenguaje formado por todas las cadenas tales que cada y está inmediatamente precedida e inmediatamente seguida por una x . (Las cadenas que no contienen y 's también pertenecen al lenguaje.) ¿Es correcta la siguiente solución?



- a) Correcta b) Incorrecta

Solución: B. No acepta la cadena xx .

21. ¿Son equivalentes la expresión regular $xy^*z \cdot (xy^*z)^*$ y esta gramática?

- a) Sí b) No

$$S \rightarrow xA$$

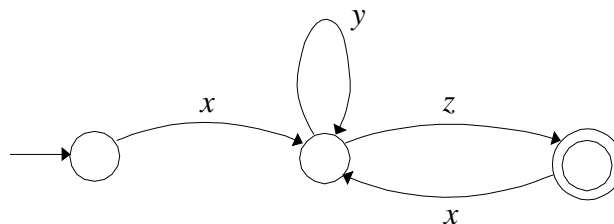
$$A \rightarrow yA$$

$$A \rightarrow zB$$

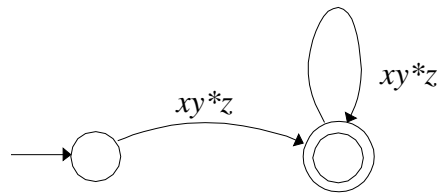
$$B \rightarrow xA$$

$$B \rightarrow \lambda$$

Solución: A. La gramática equivale al autómata



que a su vez equivale a



22. ¿Representa la expresión $y^*(xy^*x)y^*$ el lenguaje formado por todas las cadenas con un número par de x ?

- a) Sí b) No

Solución: B. No representa la cadena $xxxyxx$.

23. La estrella de Kleene de un lenguaje no regular L , ¿puede ser regular?

- a) No, nunca b) Sí, para algún L .

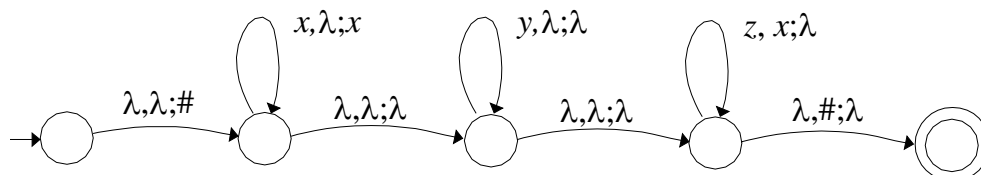
Solución: B. Ejemplo: para el alfabeto $\{x\}$, sea L el lenguaje no regular formado por todas las cadenas cuya longitud es un número primo. Cualquier cadena x^n puede formarse concatenando n veces la cadena x , que pertenece a L ; por tanto, la estrella de Kleene está formada por todas las cadenas, cualquiera que sea su longitud, y es un lenguaje regular.

24. “La intersección de los lenguajes representados por las expresiones regulares $(x \cup y) \circ y \circ (x \cup y)^*$ e $y \circ (x \cup y)^*$ es el lenguaje representado por $y \circ y \circ (x \cup y)^*$.”

- a) Verdadero b) Falso

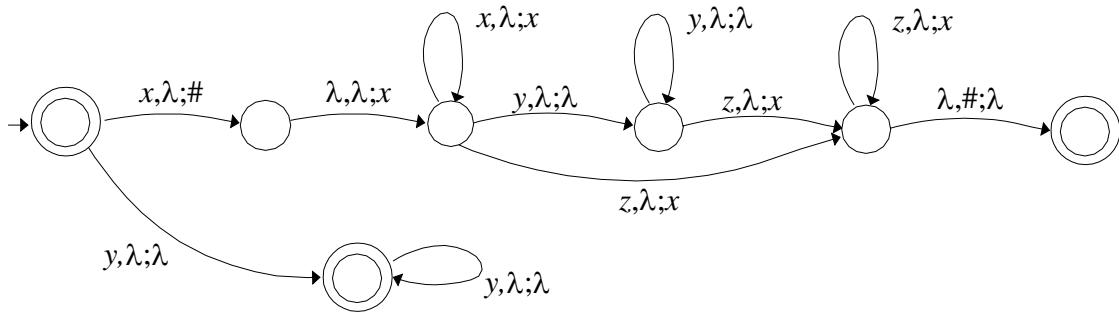
Solución: A. La condición necesaria y suficiente para que una cadena pertenezca al primer lenguaje es que su segundo símbolo sea y . La condición necesaria y suficiente para que una cadena pertenezca al segundo lenguaje es que su primer símbolo sea y . Por tanto, la condición necesaria y suficiente para que una cadena pertenezca a la intersección de ambos es que tanto el primer símbolo como el segundo sean y .

25. “El lenguaje que acepta el siguiente autómata es independiente de contexto determinista.”



- a) Verdadero b) Falso

Solución: A. Es el lenguaje $x^n y^m z^n$, aceptado también por el siguiente autómata determinista.



26. La estrella de Kleene del lenguaje $x^n y^n$, ¿es regular?

- a) Sí b) No

Solución: B. Por el teorema 1.2 (pág. 40) del libro de texto.

27. El complementario de un lenguaje independiente de contexto no regular L , ¿puede ser regular?

- a) Sí, depende de L b) No, nunca

Solución: B. Si $c(L)$ fuera regular, entonces $c(c(L))=L$ también lo sería.

28. Dada la gramática $\{S \rightarrow xSz, S \rightarrow ySz, S \rightarrow \lambda\}$, nos piden que construyamos una tabla para un analizador sintáctico LL . ¿Es correcta la siguiente solución?

	x	y	z	FDC
S	xSz	ySz	λ	λ

- a) Sí b) No

Solución: A. Cf. fig. 3.21 (pág 120) del libro de texto.

29. Dado el alfabeto $\{x\}$, ¿cuántas máquinas de Turing deterministas existen con una cinta, dos estados y alfabeto de cinta $\{x, \Delta\}$?

- a) Menos de 100 b) 100 o más

Solución: A. La transición para x desde el estado inicial puede dirigirse al estado inicial o al de parada (dos opciones) y puede escribir x , escribir Δ , desplazarse a la derecha o desplazarse a la izquierda (cuatro opciones); por tanto, hay $2 \times 4 = 8$ opciones para esta transición. Para la transición correspondiente a Δ . hay otras 8 opciones, lo cual da lugar a un total de $8 \times 8 = 64$ autómatas.

30. Supongamos que la máquina S_L se pone en marcha con la cabeza en la primera celda. ¿Se produce terminación anormal? [S_L es la máquina de desplazamiento hacia la izquierda, utilizada en la construcción modular de máquinas de Turing, aunque en este problema estamos considerando el funcionamiento de la máquina en sí misma, no como componente de otra máquina más compleja.]

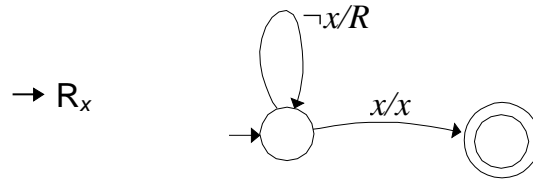
- a) No, nunca b) Depende del contenido inicial de la cinta.

Solución: A. Esta máquina nunca llega a colocarse sobre las celdas que se encuentran a la izquierda de la celda de partida.

31. Dado el alfabeto $\{x, y\}$, ¿se comportan igual estos dos autómatas (es decir, para cada configuración de la cinta, o se detienen los dos, o no se detiene ninguno, o se produce terminación anormal para ambos)?

a) Sí

b) No



Solución: B. Para la configuración $\underline{x}\Delta\Delta\Delta\dots$ la primera máquina no se detiene nunca.

32. ¿Son equivalentes estas dos cuestiones: “qué problemas puede resolver una máquina de Turing” y “qué problemas puede resolver un computador”?

a) Sí

b) No

Solución: B. Porque hay problemas que puede resolver una máquina de Turing pero no puede resolverlos ningún computador, dado que todo computador tiene una memoria finita. Dicho de otro modo: para que un problema resoluble mediante una máquina de Turing sea resoluble mediante un computador es necesario que su complejidad espacial quede dentro de los límites de la memoria del computador (en la práctica, es necesario también que la complejidad temporal esté dentro de límites razonables); por eso es tan importante el estudio de la complejidad, que se aborda en Teoría de Autómatas II.