

TEORÍA DE AUTÓMATAS I

Informática de Sistemas

Soluciones a las cuestiones de examen del curso 2004/05

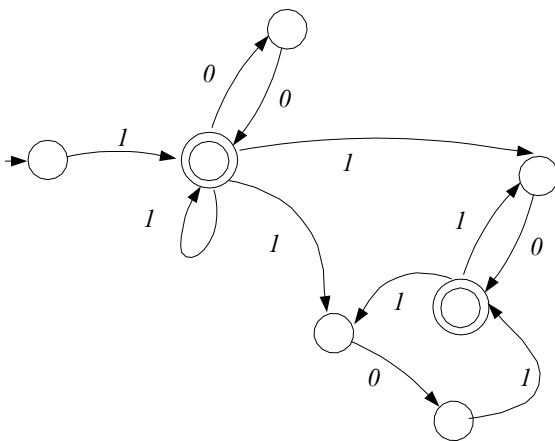
Febrero 05, 1ª semana

1. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Los autómatas finitos tienen un número finito de estados
- b) Los autómatas finitos sólo pueden aceptar lenguajes finitos
- c) Las máquinas de Turing y los autómatas de pila son autómatas finitos

Solución: A.

2. Si L_1 es el lenguaje representado por la expresión regular $1 \cdot (00 \cup 1)^* ((10)^* \cup 101)^*$ y L_2 el reconocido por el autómata de la figura, entonces (Nota: el símbolo \subset denota la relación de inclusión estricta):



- a) $L_1 \subset L_2$
- b) $L_2 \subset L_1$
- c) $L_1 = L_2$

Solución: C.

3. Indique cuál de los siguientes lenguajes **no** es regular:

- a) $L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid \text{cada bloque de 5 símbolos consecutivos contiene al menos dos ceros} \}$
- b) $L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid \text{contiene dos ceros separados por un número finito de dígitos que es múltiplo de cuatro} \}$
- c) $L = \{ w \in \{0\}^* \mid \text{contiene aquellas cadenas cuya longitud es un cuadrado perfecto} \}$

Solución: C. Los autómatas finitos de las siguientes figuras aceptan, respectivamente, los lenguaje de las opciones a) y b). El lenguaje de la opción c) no es ni siquiera independiente del contexto; es fácil ver que no verifica el lema de bombeo para lenguajes independientes del contexto.

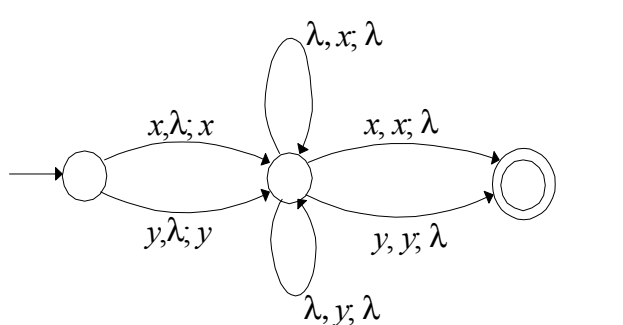
4. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Si L es un lenguaje regular, entonces $L^* = (L^*)^*$
- b) $\{\lambda\}^* \neq \{\lambda\}$
- c) Para todo lenguaje L , $L^* \neq (L^*)^*$

Solución: . La opción a) es correcta.

Por definición, $L^* \subseteq (L^*)^*$. Veamos ahora que $(L^*)^* \supseteq L^*$. Supongamos $w \in (L^*)^*$, $w = w_1 \dots w_n$. Por definición de la estrella de Kleene, $\forall i \in [1..n]$, $w_i = w_{i1} \dots w_{imi}$, con $w_{ij} \in L$, $1 \leq j \leq mi$, $mi \in \mathbb{N}$. Por tanto, $w = w_{11} \dots w_{1m1} \dots w_{n1} \dots w_{nmn}$.

5. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera con respecto al autómata de la figura:



- a) Es determinista.
- b) Es no determinista (en sentido estricto)
- c) Es no determinista (en sentido estricto) sólo si el alfabeto de la máquina incluye más símbolos que x e y

Solución: B. Para la cadena xx , después de la transición $x, \lambda; x$ existen dos posibilidades: $\lambda, x; \lambda$ y $x, x; \lambda$.

6. Dados dos lenguaje regulares, indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Siempre es posible diseñar un algoritmo que determine si tienen alguna cadena en común
- b) Existe tal algoritmo sólo cuando alguno de los dos lenguajes es finito
- c) Existe tal algoritmo sólo cuando ambos lenguajes son finitos

Solución: A. Puesto que los lenguajes son regulares, el algoritmo podría basarse en el autómata finito que reconoce su intersección (la intersección de dos lenguajes regulares es siempre un lenguaje regular, y por tanto dicho autómata siempre existe).

7. Sea $c(L)$ el complementario de L .

- a) Es posible que existan dos gramáticas en forma normal de Chomsky, una para L y otra para $c(L)$
- b) Es imposible que existan dos gramáticas en forma normal de Chomsky, una para L y otra para $c(L)$
- c) Existe una gramática G en forma normal de Chomsky tal que bien $L(G) = L$ o bien $L(G) = c(L)$.

$$\delta(s, \Delta) = (t, R)$$

$$\delta(t, a) = (t, R)$$

$$\delta(t, b) = (t, R)$$

$$\delta(t, c) = (q, R)$$

Indique ahora cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) Cuando la máquina se arranca con las primeras celdas de su cinta escritas con una cadena $\in \{a, b, cc\}^*$ y el resto en blanco, sustituye cada a por una b y reemplaza cada c por un blanco
- b) Cuando la máquina se arranca con las primeras celdas de su cinta escritas con la cadena $ababab$ y el resto en blanco, la sustituye por la cadena $bababa$ y abandona los cálculos
- c) La máquina nunca tiene una terminación anormal

Solución: A. La máquina sustituye por un blanco todos los símbolos c de la cadena exceptuando el último.

12. Indique cuál de los siguientes lenguajes es independiente del contexto:

- a) $L = \{a^{n \cdot x^n} \mid n \geq 0\}$
- b) $L = \{www \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- c) $L = \{a^m b^n c^p \mid m \neq n \text{ o bien } n \neq p \text{ o bien } m \neq p\}$

Solución: C. Es fácil ver que el lenguaje de la opción c) puede verse como unión de lenguajes independientes del contexto. Los dos primeros lenguajes no verifican el lema de bombeo para lenguajes independientes del contexto.

13. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) Todo lenguaje decidable es independiente del contexto
- b) Si L es un lenguaje decidable por máquinas de Turing, también lo es el lenguaje complementario de L
- c) Si L es decidable, también lo es el lenguaje formado por las cadenas inversas de L .

Solución: A. La opción a) es falsa (contraejemplo: $\{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$). La opción c) es verdadera: si M es la máquina de Turing que reconoce L , es posible obtener una máquina que reconozca el lenguaje de las cadenas inversas de las cadenas de L sin más que preceder M de operaciones que inviertan la cadena de entrada.

14. Considere la gramática $G_1 = \{S \rightarrow aS / aA / a, A \rightarrow aB / bS, B \rightarrow aB / bB, C \rightarrow aA / bC\}$ y $G_2 = \{S \rightarrow aS / aA / a, A \rightarrow bS\}$. Sean L_1 y L_2 los lenguajes generados respectivamente por G_1 y G_2 ; entonces (Nota: el símbolo \subset denota la relación de inclusión estricta):

- a) $L_1 \subset L_2$
- b) $L_2 \subset L_1$
- c) $L_1 = L_2$

Solución: C. Las reglas que implican a los no terminales B y C no generan ninguna cadena.

15. Considere la gramática $G = \{S \rightarrow aS / aA / a, A \rightarrow aA / bS\}$. ¿Cuántas cadenas de longitud menor o igual a cuatro genera?

- a) 6
- b) 7
- c) 8

Solución: B. Las cadenas son: $\{a, aa, aaa, aaaa, abaa, aaba, abab\}$.

16. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) La tesis de Turing implica que para todo lenguaje existe una máquina de Turing que lo acepta, ya sea el alfabeto finito o infinito.
- b) La tesis de Turing **no** implica que los lenguajes más generales que existan sean los lenguajes estructurados por frases.
- c) Dada una máquina de Turing, existe una gramática estructurada por frases que genera el mismo lenguaje que acepta el autómata si y sólo si la máquina es determinista.

Solución: B. Existen lenguajes no computables, que no son estructurados por frases y que ninguna máquina de Turing acepta. La opción C también es falsa: dada una máquina de Turing, existe una gramática estructurada por frases que genera el lenguaje aceptado por el autómata.

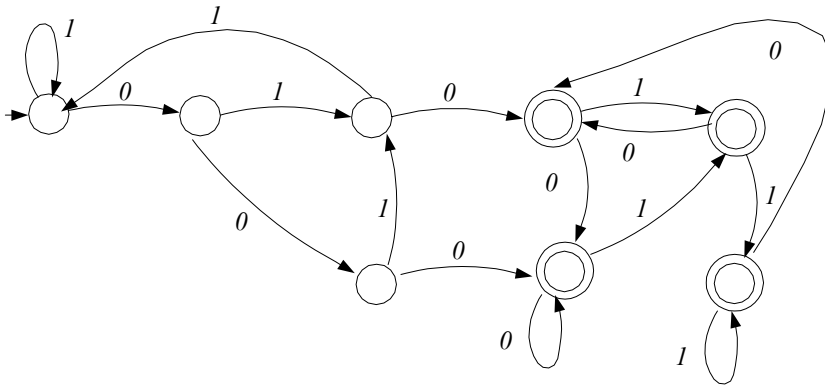
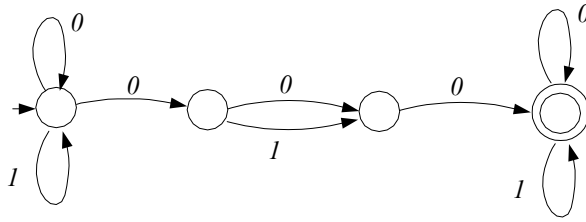
Febrero 05, 2ª semana

17. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Nunca se puede afirmar con seguridad que un autómata finito no determinista acepta una cadena
- b) Un autómata finito no determinista sólo puede utilizarse para aceptar lenguajes finitos
- c) Un autómata finito no determinista acepta una cadena cuando es posible que su análisis deje a la máquina en un estado de aceptación

Solución: C.

18. Si L_1 es el lenguaje reconocido por el autómata situado en la parte superior de la figura, y L_2 situado en la parte inferior, entonces (Nota: el símbolo \subset denota la relación de inclusión estricta):



- a) $L_1 \subset L_2$
- b) $L_2 \subset L_1$
- c) $L_1 = L_2$

Solución: C. El segundo autómata se obtiene eliminando el no determinismo del primero.

19. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Un autómata finito no determinista es una representación abreviada de un autómata finito determinista
- b) En un diagrama completo que represente a un autómata finito determinista, de cada estado sale un arco por símbolo y sólo uno
- c) Los autómatas finitos no deterministas son más potentes que los autómatas finitos deterministas

Solución: B.

20. Indique cuál de los siguientes lenguajes no es regular:

- a) $L = \{ w \in \{0,1,2,3,4,5\}^* \mid \text{su último símbolo aparece al menos dos veces} \}$
- b) $L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid \text{el símbolo que ocupa la posición } k \text{ (} k \geq 1 \text{) de } w \text{ es un } 1 \}$
- c) $L = \{ w w w \mid w \in \{0,1\}^* \}$

Solución: C. Los autómatas finitos de las siguientes figuras aceptan, respectivamente, los lenguaje de las opciones a) y b). El lenguaje de la opción c) ni siquiera es independiente del contexto (no verifica el lema de bombeo de los lenguajes independientes del contexto).

21. Indique cuál de los siguientes afirmaciones es falsa:

- a) $\{a,b\}^* = \{a\}^* \{ \{b\} \{a\}^* \}^*$

b) $\{b^*a^*\} \cap \{a^*b^*\} = a^* \cup b^*$

c) $abcd \in (a(cd)^*b)^*$

Solución: C.

22. Sea el lenguaje $L = \{ ww^i \mid w \in \{a,b\}^* \text{ y } w^i \text{ denota la cadena que resulta al invertir la cadena } w. \text{ Indique cuál de las siguientes afirmaciones es } \mathbf{falsa}: \}$

a) L no es un lenguaje regular

b) Sea una cadena ww^i del lenguaje con $w=uv$, $w^i=v^i u^i$; es posible generar otras cadenas del lenguaje sin más que bombear (repetir) la subcadena central $v v^i$

c) L cumple el lema de bombeo para lenguajes regulares, luego es regular

Solución: C. Se trata del lenguaje de palíndromos de $\{a,b\}$, lenguaje que no es regular.

23. Indique cuál de los siguientes lenguajes **no** es independiente del contexto:

a) $L = \{a^m b^n c^p d^q \mid n = q \text{ o bien } m \leq p \text{ o bien } m + n = p + q\}$

b) $L = \{a^m b^n c^p \mid m = n \text{ o bien } n = p \text{ o bien } m = p\}$

c) $L = \{a^m b^n c^p \mid m = n \text{ y } n = p \text{ y } m = p\}$

Solución: C. Es fácil ver los dos primeros lenguajes como unión de lenguajes independientes del contexto. El último de los lenguajes no verifica el lema de bombeo para lenguajes independientes del contexto.

24. Sea M un autómata finito determinista de n estados que acepta el lenguaje L . Indique cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

a) L es infinito si y sólo si existe $w \in L$ tal que $n \leq |w| < 2n$.

b) L es infinito si y sólo si existe $w \in L$ tal que $|w| \geq n$.

c) Si L es infinito, es posible que no exista ningún $w \in L \mid |w| < n$.

Solución: C. Si L es infinito forzosamente existen cadenas de longitud mayor que cualquier número entero, luego b) es cierta. Si el número de estados del autómata es n , entonces toda cadena reconocida recorriendo una única vez cada bucle del autómata tiene necesariamente una longitud $< n$, luego c) es falsa. Finalmente, aplicando el lema de bombeo a una cadena de longitud $< n$ siempre puede obtenerse una cadena de longitud $< 2n$.

25. Considere la máquina de Turing ($S=\{l,p,q,r,s,t,v,h\}$, $\Sigma=\{a,b,c\}$, $\Gamma=\{a,b,c,*,\Delta\}$, δ , $\iota, h\}$) definida por la siguiente función de transición δ :

$$\delta(l, l) = (p, \Delta)$$

$$\delta(p, \Delta) = (q, R)$$

$$\delta(q, *) = (r, \Delta)$$

$$\delta(q, l) = (t, \Delta)$$

$$\delta(r, \Delta) = (h, R)$$

$$\delta(t, \Delta) = (s, R)$$

$$\delta(s, l) = (s, R)$$

$$\delta(s, *) = (v, l)$$

$$\delta(v, I) = (h, I)$$

Indique ahora cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) La máquina podría utilizarse para sumar dos enteros no negativos n_1 y n_2 , donde n_1 se representaría en las primeras celdas de la cinta mediante una cadena de $n_1 + 1$ unos consecutivos seguidos de un * y n_2 se representaría a continuación mediante una cadena de $n_2 + 1$ unos consecutivos también seguidos de un *. Una vez detenida la máquina las primeras celdas de la cinta quedarían escritas por dos símbolos en blanco seguidos de $n_1 + n_2 + 1$ unos consecutivos, seguidos de un *.
- b) La máquina nunca tiene una terminación anormal.
- c) Cuando se omite cualquiera de los dos símbolos *, la máquina desplaza su cabeza a la derecha repetidamente y nunca se detiene.

Solución: C. Basta con probar con una configuración inicial de cinta: $I*II$

26. Si iniciamos la máquina de Turing de la figura con la cadena $\underline{\Delta}yx\Delta\Delta\Delta\dots$,

- a) La máquina se detiene al cabo de un cierto número de operaciones, habiendo modificado el contenido de su cinta
- b) La máquina termina anormalmente
- c) La máquina entra en un bucle y no termina nunca

$$\rightarrow R_{\Delta} L \xrightarrow{x, y} \} \xrightarrow{u} \# R_{\Delta} R_{\Delta} u L_{\#} u$$

Solución: A.

27. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) El lenguaje $\{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ contiene al menos una } a\}$ es decidible por máquinas de Turing
- b) El lenguaje $\{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ contiene tantas } a\text{'s como } b\text{'s}\}$ es decidible por máquinas de Turing
- c) El lenguaje $\{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ contiene tantas } a\text{'s como } b\text{'s}\}$ **no** es decidible por máquinas de Turing

Solución: C. Los tres lenguajes descritos son independientes del contexto, y por tanto decidibles por máquinas de Turing.

28. Considere la gramática $G = \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA, A \rightarrow a, A \rightarrow bA, A \rightarrow Ab\}$. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Existen al menos cuatro derivaciones distintas para la cadena $babbab$
- b) Sólo existe una forma posible de derivar la cadena a partir de la gramática
- c) Existen exactamente tres derivaciones distintas.

Solución: A.

29. De entre las siguientes afirmaciones, señale la afirmación verdadera:

- a) Para cada autómata finito no determinista M existe una gramática en la forma normal de Chomsky que genera el lenguaje $L(M)$, siempre que éste no contenga la cadena vacía
- b) Para todo autómata de pila determinista M que vacía su pila antes de aceptar una cadena existe una gramática regular que genera el lenguaje $L(M)$.
- c) Las máquinas de Turing no deterministas son más potentes que las deterministas

Solución: A. Porque todo autómata finito, no determinista o determinista, acepta un lenguaje regular, y todo lenguaje regular que no contenga la cadena vacía puede escribirse en la forma normal de Chomsky

30. Considere las gramáticas $G_1 = \{S \rightarrow B / C, B \rightarrow a / Bb / Ca, C \rightarrow b / Ba\}$ y $G_2 = \{S \rightarrow B / C, B \rightarrow aD / baD, D \rightarrow bD / aaD / \lambda, C \rightarrow b / Ba\}$. Sean L_1 y L_2 los lenguajes generados respectivamente por G_1 y G_2 ; entonces (Nota: el símbolo \subset denota la relación de inclusión estricta):

- a) $L_1 \subset L_2$
- b) $L_2 \subset L_1$
- c) $L_1 = L_2$

Solución: C.

31. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) Todo conjunto finito de cadenas es un lenguaje regular
- b) Si L es un lenguaje aceptable por máquinas de Turing, también lo es el lenguaje complementario de L
- c) Mediante autómatas de pila de 2 pilas podría reconocerse un mayor número de lenguajes que mediante los usuales autómatas de una sola pila. En cada transición, el autómata podría almacenar y leer datos de dos pilas distintas.

Solución: B.

32. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) La concatenación de un lenguaje regular con su complementario puede no ser regular
- b) La concatenación de un lenguaje estructurado por frases decidible y su complementario puede no ser estructurado por frases
- c) El complementario de un lenguaje independiente de contexto puede ser regular

Solución: C. El complementario de un lenguaje regular es regular, y la concatenación de dos lenguajes regulares es siempre regular. El complementario de un lenguaje estructurado por frases es estructurado por frases, y la concatenación de dos lenguajes estructurados por frases es un lenguaje estructurado por frases. Finalmente, el complementario de un lenguaje independiente del contexto regular, por ejemplo, es siempre regular.

Septiembre 05, original

33. Dado el lenguaje $L = \{a, abb, ba, bbba, b, \lambda\}$ indique cuántas cadenas de longitud estrictamente menor que 3 hay en L^* :

- a) 7
- b) 8
- c) 9

Solución: A. $L^* = \{ \lambda, a, b, aa, ab, ba, bb \}$.

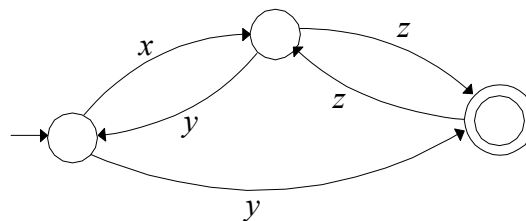
34. Sea un lenguaje estructurado por frases L . El lenguaje formado al invertir cada cadena de L (por ejemplo, al invertir la cadena xyz se obtiene zyx), ¿es estructurado por frases?

- a) Sí, siempre
- b) Sólo si L es decidible
- c) Sólo si L es independiente del contexto

Solución: A. Partiendo de una gramática estructurada por frases para L , basta invertir cada uno de los lados de las reglas (por ejemplo, la regla $xN \rightarrow yMNz$ se convertiría en $Nx \rightarrow zNM y$). Así se obtiene una gramática para L^{-1} .

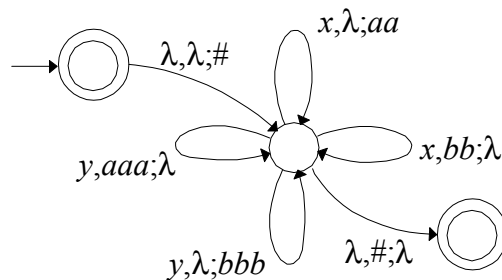
35. Sea L_1 el lenguaje generado por la expresión regular $(xy)^* \cdot (xz \cup y) \cdot (zz)^*$ y L_2 el lenguaje generado por la expresión regular $(xy)^* \cdot (xz \cup y) \cdot (zz)^* \cdot (zy \cdot (xy)^* \cdot (xz \cup y) \cdot (zz)^*)^*$. Considere el autómata de la figura e indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Ambas expresiones regulares representan el mismo lenguaje, que coincide con el reconocido por el autómata
- b) Ambas expresiones regulares representan el mismo lenguaje, pero éste no coincide con el reconocido por el autómata
- c) Las expresiones regulares representan distintos lenguajes



Solución: C. La expresión regular $(xy)^* \cdot (xz \cup y) \cdot (zz)^* \cdot (zy \cdot (xy)^* \cdot (xz \cup y) \cdot (zz)^*)^*$ representa el lenguaje reconocido por el autómata, que **no** coincide con el representado por la expresión regular $(xy)^* \cdot (xz \cup y) \cdot (zz)^*$ (ésta no representa, p.e., la cadena $yzyy$).

36. Dado el alfabeto $\{x, y\}$, queremos construir un autómata de pila M tal que $L(M)$ sea el lenguaje en cuyas cadenas hay tres x 's por cada dos y 's. ¿Es correcta la siguiente solución? (Se entiende que cada transición que inserta o lee varios símbolos en la pila representa en realidad varias transiciones consecutivas.)



- a) Sí
- b) No
- c) La figura no representa realmente un autómata de pila, ya que podría simplificarse en forma de un autómata finito

Solución: B. El autómata no acepta la cadena $xyyxx$.

37. Sean dos lenguajes tales que $L_1 \subset L_2$ y L_2 es independiente del contexto no determinista. ¿Es posible que L_1 sea independiente del contexto?

- a) Sí, y puede ser determinista
- b) No
- c) Sólo puede ser independiente del contexto no determinista

Solución: A. Ejemplo: $L_1 = \{x^n y^n\}$, $L_2 = \{x^n y^n\} \cup \{x^n y^{2n}\}$.

38. Considere la gramática $S \rightarrow Rc$, $R \rightarrow aRbR$, $R \rightarrow \lambda$. Siendo w una cadena cualquiera generada por dicha gramática, indique cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) $w = xc \mid x \in (a \cup b)^*$
- b) El número de letras a es igual al de letras b en w
- c) El número de letras a es mayor o igual al de letras b en todo prefijo de w . Prefijo de una cadena w es toda cadena no vacía x para la que existe una cadena u tal que $w = xu$.

Solución: A. P.e., la cadena $w = ac$ no es generada por la gramática.

39. Considere el lenguaje L definido por las siguientes condiciones: 1) $b \in L$ y $\lambda \in L$; 2) Si $x \in L$ entonces $axb \in L$ y $bxa \in L$; 3) Si $x, y \in L$ entonces $xy \in L$. Sea $L' = \{w \in (a \cup b)^* \mid \text{el número de letras } b \text{ es mayor o igual que el número de letras } a\}$. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera (Nota: el símbolo \subset denota la inclusión estricta):

- a) $L \subset L'$
- b) $L' \subset L$
- c) $L = L'$

Solución: C. L y L' coinciden. Es fácil ver que si una cadena pertenece al lenguaje L verifica las condiciones del lenguaje L' . Del mismo modo, toda cadena de L' puede generarse mediante las reglas del lenguaje L . Las reglas de los apartados 1) y 2) garantizarían la generación de cadenas con mayor o igual número de letras b que a , pero con una cierta simetría con respecto a la posición central de la cadena (si en una

posición dada se encontrara una a , en la posición simétrica se encontraría una b); al añadir la regla del apartado 3) se posibilita la generación de toda cadena de L' .

40. Si una gramática independiente del contexto tiene todas sus reglas de la forma: $A \rightarrow wB$, o bien de la forma $A \rightarrow w$, donde w es una cadena de uno o más terminales, y A y B son símbolos no terminales, entonces el lenguaje generado por dicha gramática es:

- a) Regular
- b) Independiente del contexto no regular
- c) Estructurado por frases y no independiente del contexto

Solución: A.

41. Indique cuál de los siguientes lenguajes es regular:

- a) La intersección de los lenguajes $L = a^*(b \cup c)^*$ y $L' = \{x \in (a \cup b \cup c)^* \mid \text{el número de letras } a \text{ en } x \text{ coincide con la suma del número de letras } b \text{ y } c\}$
- b) $L = \{x \in (a \cup b \cup c)^* \mid \text{el número de letras } c \text{ en } x \text{ coincide con la suma del número de letras } a \text{ y } b\}$
- c) Comentarios de cierto lenguaje de programación consistentes en una cadena encerrada entre $/*$ y $*/$, sin contener $*/$ salvo que esté encerrado entre comillas (P.e., un comentario válido sería: $/*$ el símbolo “ $*/$ ” es para cerrar el comentario $*/$).

Solución: C. El lenguaje podría representarse mediante la siguiente expresión regular: $/*(\Sigma \cup ''*/'')^* */$

42. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) La unión de infinitos conjuntos **no** regulares **no** puede ser regular
- b) La estrella de Kleene de un lenguaje **no** regular puede ser regular
- c) Un conjunto cuyo complementario sea finito puede **no** ser regular

Solución: B. La unión de infinitos conjuntos no regulares puede ser regular (la unión infinita de los lenguajes $L_m = x^n y^{n+m}$ es un lenguaje regular). Un conjunto cuyo complementario sea finito (L) puede expresarse como diferencia entre dos conjuntos regulares ($\Sigma^* - L$), y por tanto es regular. La estrella de Kleene de un lenguaje no regular puede ser regular (p.e. dado $L = \{x^j \mid j \text{ número primo}\}$, L^* es regular).

43. Considere un alfabeto no vacío Σ . Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) El número de lenguajes sobre Σ es infinito numerable
- b) El número de lenguajes sobre Σ es infinito no numerable
- c) Depende de Σ

Solución: B.

44. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) Una gramática formal estructurada por frases siempre puede describirse mediante reglas de reescritura

- b) Derivar una cadena de una gramática formal es aplicar reglas sustituyendo el lado izquierdo por el derecho hasta llegar a una secuencia de símbolos terminales
- c) Se dice que un lenguaje es generado por una gramática cuando todas sus cadenas pueden derivarse de dicha gramática

Solución: C. Un lenguaje es generado por una gramática cuando todas sus cadenas y SOLAMENTE sus cadenas pueden derivarse de dicha gramática. Por ejemplo, la gramática:

$$S \rightarrow xSy$$

$$S \rightarrow \lambda$$

no genera el lenguaje $L = \{xy\}$, a pesar de que todas las cadenas de L pueden derivarse de ella. L es sólo un subconjunto del lenguaje generado.

45. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) Cada regla de reescritura de una gramática independiente del contexto puede aplicarse sin importar el contexto donde se encuentre el símbolo no terminal que reescribe
- b) En todo lenguaje independiente del contexto que contiene un número infinito de cadenas existe una cadena de la forma $svuwt$, donde s, v, u, w y t son subcadenas, por lo menos una de v, u y w no vacía, y $sv^n u^n w^n t$ está en el lenguaje para cada $n \in \mathbb{N}^+$
- c) Toda gramática independiente del contexto que no genere la cadena vacía puede expresarse en la forma normal de Chomsky

Solución: B. P.e, el lenguaje $x^n zy^n$ es independiente del contexto y no verifica esta condición. Sí verifica, por el contrario, el lema de bombeo, de enunciado ligeramente distinto: “en todo lenguaje independiente del contexto que contiene un número infinito de cadenas existe una cadena de la forma $svuwt$, donde s, v, u, w y t son subcadenas, por lo menos una de v y w no vacía, y $sv^n uw^n t$ está en el lenguaje para cada $n \in \mathbb{N}^+$.”

46. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) Una máquina de Turing es capaz de aceptar una cadena sin leer todos sus símbolos
- b) La máquina de Turing denotada como R_x es aquella que recorre la cinta a la derecha de su posición inicial en busca de una celda que contenga el símbolo x : si lo encuentra se detiene y en caso contrario continua la búsqueda hasta tener una terminación anormal
- c) Si existe una máquina de Turing que sólo se detiene con las cadenas de un lenguaje, entonces existe una máquina de Turing que sólo se detiene con las cadenas de dicho lenguaje y con la configuración de cinta $\Delta Y \Delta \Delta$

Solución: B. La máquina se desplaza hacia la derecha y por tanto no puede tener una terminación anormal.

47. Suponga que se desea construir una máquina de Turing que enumere en orden sobre su cinta todos los números enteros. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

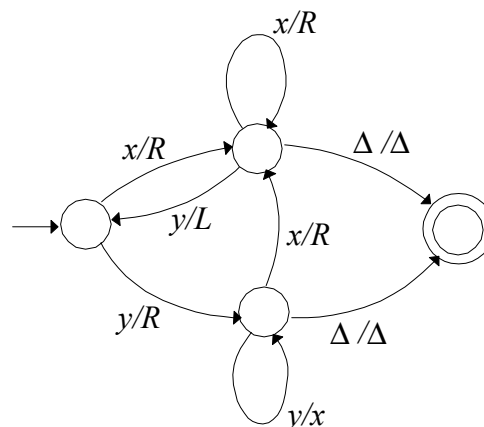
- a) La máquina necesariamente habría de proporcionar el resultado en notación binaria
- b) La máquina podría devolver el resultado en notación decimal

c) No existe ninguna máquina de Turing, ya que el problema planteado no es computable

Solución: B. Es fácil construir una máquina de Turing que enumere en orden sobre su cinta todos los números enteros, y nada impide que se escriban números en notación decimal en su cinta.

48. Si iniciamos la máquina de Turing siguiente con la cadena $\underline{y}xyxxx$,

- a) La máquina acepta la cadena
- b) La máquina entra en un bucle y no termina nunca
- c) Hay una terminación anormal



Solución: B. Basta anotar el estado y dibujar la cinta para cada transición.

Septiembre 05, reserva

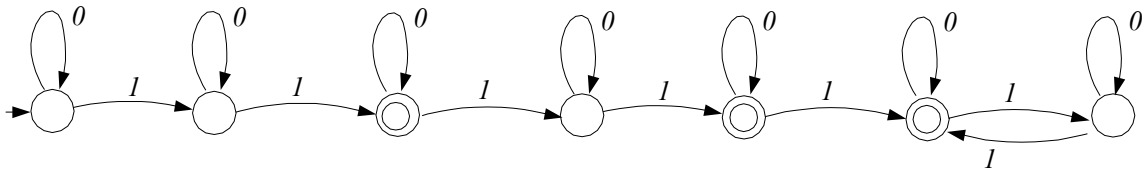
49. Sea L el lenguaje sobre el alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$ cuyas cadenas verifican las siguientes restricciones:

- si una cadena tiene menos de 5 unos, entonces tiene un número par de unos,
- si una cadena tiene 5 unos o más, entonces contiene un número impar de unos,
- cualquier cadena contiene al menos un uno.

El lenguaje L :

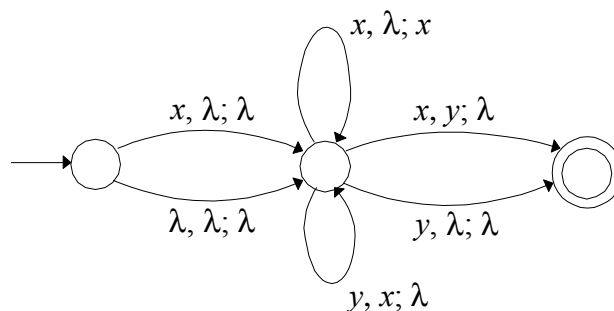
- a) Es regular
- b) Es independiente del contexto determinista y no es regular
- c) Es independiente del contexto no determinista en sentido estricto

Solución: A. Es reconocido por el siguiente autómata finito determinista:



50. Supongamos que el autómata de la siguiente figura ha llegado al estado de aceptación después de procesar la cadena xy . ¿Cuál es el contenido de la pila?

- a) La pila está vacía
- b) La pila contiene una x
- c) No existe una respuesta única



Solución: C. Hay dos caminos posibles para llegar al estado de aceptación: $\{x, \lambda; \lambda\} - \{y, \lambda; \lambda\}$ y $\{\lambda, \lambda; \lambda\} - \{x, \lambda; x\} - \{y, \lambda; \lambda\}$.

51. Sea L un lenguaje estructurado por frases no decidible. ¿Es posible que su complementario sea independiente del contexto?

- a) Sólo si L es independiente del contexto
- b) Sí, aunque L no sea independiente del contexto
- c) No

Solución: C. No, porque si el complementario $c(L)$ fuera independiente del contexto, entonces sería decidible, y por tanto L también sería decidible.

52. Considere la gramática $S \rightarrow AA; A \rightarrow AAA; A \rightarrow a; A \rightarrow bA; A \rightarrow Ab$. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) El símbolo A puede derivar en cero o más pasos en cadenas de la forma $b^n ab^m$, donde $n, m \geq 0$
- b) Si $x \in (a \cup b)^*$ y x contiene un número par de letras a y un número no nulo de letras b , entonces x **no** es generada por la gramática
- c) El lenguaje generado por la gramática es regular

Solución: B. La gramática genera la cadena aba .

53. Considere la gramática $S \rightarrow aSc, S \rightarrow bSc, S \rightarrow \lambda$. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) No existe una forma normal de Chomsky que genere el mismo lenguaje
- b) El lenguaje generado es regular
- c) El lenguaje generado es estructurado por frases

Solución: B. El lenguaje es independiente del contexto no regular.

54. Dada la gramática $S \rightarrow aS$; $S \rightarrow aSbS$; $S \rightarrow \lambda$. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) Cualquier cadena generada por la gramática contiene una subcadena no vacía donde el número de letras a es igual al número de letras b
- b) Para cualquier prefijo de una cadena generada por la gramática se verifica que el número de letras a es mayor o igual al número de letras b . Prefijo de una cadena w es toda cadena no vacía x para la que existe una cadena u tal que $w = xu$.
- c) El lenguaje generado por la gramática es estructurado por frases

Solución: A. La cadena a , generada por la gramática, no cumple esta condición.

55. Indique cuál de los siguientes lenguajes **no** es regular:

- a) El generado por la gramática: $S \rightarrow A$; $A \rightarrow B$; $A \rightarrow aAb$; $B \rightarrow aaBb$; $B \rightarrow \lambda$
- b) $\{0^i \mid i > n, n \in \mathbb{N}\}$
- c) Cadenas de dígitos que representen en decimal múltiplos de 3

Solución: A.

56. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) Todo conjunto de cadenas cuyo complementario sea finito es independiente del contexto
- b) El complementario de todo lenguaje independiente del contexto determinista es independiente del contexto determinista
- c) La intersección de lenguajes independientes de contexto **no** regulares **no** puede ser regular

Solución: C. Todo conjunto de cadenas cuyo complementario sea finito es un lenguaje regular, y por tanto independiente del contexto. El complementario de todo lenguaje independiente del contexto determinista es independiente del contexto determinista, ya que el autómata de pila determinista que lo reconoce puede obtenerse sustituyendo estados de aceptación por estados de no aceptación en el autómata que reconoce el lenguaje complementario. Un ejemplo de intersección de lenguajes independientes de contexto no regulares que es un lenguaje regular: $x^n y^n \cap \{x^n y^{n+1} \cup xy\} = \{xy\}$.

57. Indique cuál de los siguientes lenguajes es independiente del contexto:

- a) $\{wcw \mid w \in \{a \cup b\}^*\}$
- b) $\{w \in \{a \cup b \cup c\}^* \mid \text{el número de letras } a, b \text{ y } c \text{ coincide en } w\}$
- c) $\{w \in \{a \cup b \cup c\}^* \mid \text{el número de letras } a, b \text{ y } c \text{ es distinto en } w\}$

Solución: A.

58. Suponga que se desea construir una máquina de Turing que, dados dos números, permita obtener su cociente y su resto. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

- a) La máquina podría tener una única cinta
- b) La máquina tendría que recibir los datos de entrada escritos en notación binaria sobre su cinta
- c) La máquina podría devolver el resultado en notación decimal

Solución: B.

59. Sea L un lenguaje estructurado por frases decidable y $c(L)$ el complementario de L . la concatenación de ambos, $L \cdot c(L)$

- a) Siempre es decidable por máquinas de Turing
- b) Puede no serlo, porque el complementario de un lenguaje decidable puede no ser decidable
- c) Puede no serlo, porque la concatenación de dos lenguajes decidibles puede no ser decidable

Solución: A. L es decidable por máquinas de Turing. Por tanto, $c(L)$ y $L \cdot c(L)$ también lo son.

60. Considere un autómata finito M con transiciones λ que reconoce un lenguaje L . Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a) Siempre existe un autómata finito sin transiciones λ que reconoce L
- b) No existe ningún autómata finito sin transiciones λ que reconozca L
- c) Depende de L

Solución: A. Un autómata finito con transiciones λ es un autómata no determinista, y siempre existe un autómata finito determinista que reconoce un lenguaje reconocido por un autómata finito no determinista.

61. Indique cuál de las siguientes definiciones es **falsa**:

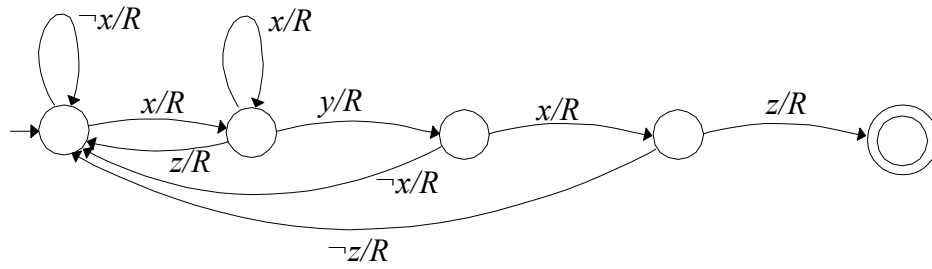
- a) La máquina de Turing define el límite máximo de un proceso computacional, ya que es más potente que cualquier computador, al poseer una cinta infinita
- b) Para todo lenguaje estructurado por frases existe una máquina de Turing que sólo se detiene con las cadenas de dicho lenguaje y con la configuración de cinta $\Delta Y \Delta \Delta$
- c) Para todo lenguaje estructurado por frases existe una máquina de Turing que sólo se detiene con las cadenas de dicho lenguaje, aunque quizá no sea posible que deje en su cinta la configuración $\Delta Y \Delta \Delta$

Solución: C.

62. Queremos construir una máquina de Turing determinista que se detenga si y sólo si encuentra en la cinta la secuencia $xyxz$. (Una secuencia puede formar parte de una cadena.) ¿Es correcta la siguiente solución?

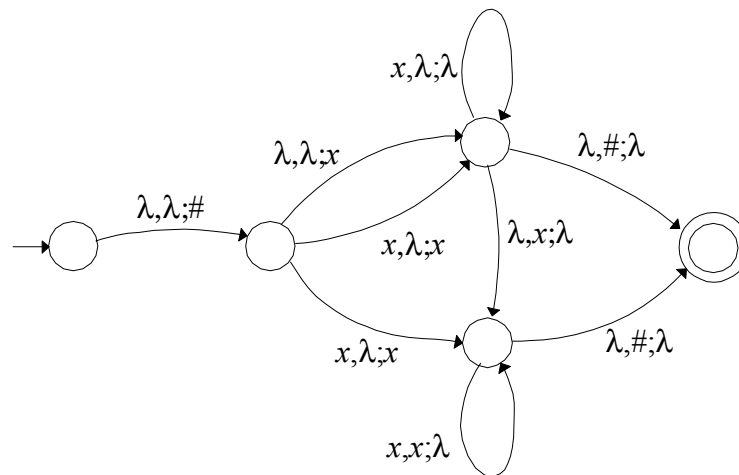
- a) Sí

- b) No lo es, ya que no realiza la función indicada
 c) No lo es, ya que no es determinista



Solución: B. Porque no se detiene al leer la cadena $xyxxyxz$.

63. El lenguaje que acepta el siguiente autómata es...



- a) $\{x\}$
 b) $\{xx\}$
 c) $\{x^n \mid n \geq 0\}$

Solución: C. Transiciones: $\lambda, \lambda; \# - \lambda, \lambda; x - x, \lambda; \lambda$ (n veces) - $\lambda, x; \lambda - \lambda, \#; \lambda$.

64. La concatenación de dos lenguajes del alfabeto Σ es un subconjunto de:

- a) $(\Sigma^*)^*$
 b) $\Sigma^* \times \Sigma^*$
 c) $\Sigma \times \Sigma$

Solución: A.