

GESTIÓN FINANCIERA

APUNTES

TEMA I. BASES PARA LA VALORACIÓN FINANCIERA

CAPITAL FINANCIERO (C; t) es la medida de cualquier activo, real o financiero, expresado por su cuantía (C en unidades monetarias) y por su vencimiento o momento de disponibilidad (t)

LEYES FINANCIERAS

- ESTACIONARIAS, cuando sólo se tiene en cuenta el tiempo interno de la operación
- SUMATIVAS, cuando en el intervalo NO se acumulan intereses para producir nuevos intereses
- MULTIPLICATIVAS, cuando en el intervalo se acumulan intereses para producir nuevos intereses

CAPITALIZACIÓN SIMPLE

$$L_1(t) = 1 + i * t \quad \text{con } i > 0 ; i = \text{tanto (si } 2\% \Rightarrow i = 0.02), t = \text{tiempo}$$

Se utiliza en operaciones a corto plazo ($t < 1$ año)

MONTANTE (M) al capital equivalente en t a las C u.m. del momento inicial.

$$M = C * (1 + i * t) = C + C * i * t$$

INTERESES (I) al incremento que experimenta el capital de cuantía C al colocarlo durante t períodos de tiempo $I = M - C = C * i * t$

RELACIÓN ENTRE INTERÉS COMERCIAL E INTERÉS CIVIL, el año civil tiene una duración de 365 días y el comercial dura 360 días; habrá una relación de conversión entre ambos:

$$I_{co} / I_{ci} = 365 / 360 = 73 / 72$$

TANTOS EQUIVALENTES

i_m = tanto del periodo, $m = n^\circ$ periodos que contiene el año

$$i = (1 + i_m)^m - 1 ; \quad i = \text{tanto efectivo anual}$$

CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

$$L_2 = (1 + i)^t = e^{k*t} ; i, k > 0 , k = \ln (1 + i) ; i = \text{rédito constante, } t = \text{tiempo}$$

Se utiliza en operaciones a largo plazo

MONTANTE: $M = C * (1 + i)^t = C + I$

INTERESES: $I = M - C = C * [(1 + i)^t - 1]$

TANTOS EQUIVALENTES: $1 + i = (1 + i_m)^m = (1 + j_m / m)^m ; j_m = m * i_m$

i_m = el tanto del periodo

i = tanto efectivo anual

j_m = tanto nominal de frecuencia m o tanto nominal convertible

TANTO INSTANTÁNEO (k) : $k = \ln (1 + i)$

CONVENIOS, en un intervalo que comprende un número entero de años más una fracción de año ($t = n + k/m$) se puede aplicar:

- LINEAL con capitalización compuesta para los años enteros y simple para el resto

$$M = (1 + i)^n * (1 + i * k / m) * C$$

- EXPONENCIAL

$$M' = (1 + i)^{n+k/m} * C$$

DESCUENTO COMERCIAL

$$A_1 = 1 - d * t; \quad d = \text{tanto descuento, } t = \text{tiempo}$$

Se utiliza en operaciones a corto plazo

VALOR DESCONTADO al capital equivalente en el momento inicial (V_0) o efectivo y si coincide con el momento actual se llamará valor actual

$$V_0 = C * (1 - d * t) = C - C * d * t$$

DESCUENTO a la disminución que experimenta el capital de cuantía C al adelantar su disponibilidad en t períodos

$$D = C - V_0 = C * d * t$$

RELACIÓN ENTRE LOS TANTOS d E i , no tienen nada que ver, aunque la similitud de las fórmulas puede confundir

DESCUENTO RACIONAL O MATEMÁTICO (INVERSA DE CAPITALIZACIÓN SIMPLE)

$$A_2 = 1 / (1 + i * t); \quad i = \text{tanto de descuento comercial} = \text{tanto de capitalización simple}$$

VALOR DESCONTADO de un capital ($C; t$) es el capital ($V_0, 0$)

$$V_0 = C / (1 + i * t); \quad i = \text{tanto de descuento comercial} = \text{tanto de capitalización simple}$$

DESCUENTO (D_r):
$$D_r = C - V_0 = (C * i * t) / (1 + i * t)$$

DESCUENTO COMPUESTO (INVERSA DE LA CAPITALIZACIÓN COMPUESTA)

$$A_3 = (1 + i)^{-t} = e^{-k * t}$$

VALOR DESCONTADO

$$V_0 = C * (1 + i)^{-t}$$

DESCUENTO
$$D = C - V_0 = C * [1 - (1 + i)^{-t}]$$

TANTOS EQUIVALENTES

$$1 - d = (1 - d_m)^m$$

TEMA II. COMPARACIÓN Y SUSTITUCIÓN DE CAPITALS

COMPARACIÓN DE CAPITALS

EQUIVALENCIA DE CAPITALS, se dice que dos o más capitales son equivalentes cuando tienen el mismo valor en la fecha en la que se efectúa la comparación.

Si la ley financiera es:

- el descuento comercial o racional han de coincidir los valores actuales

$$V_0^{(1)} = V_0^{(2)}$$

- la capitalización simple se efectúa en la fecha de acumulación de intereses

$$M_1 = M_2$$

- la capitalización compuesta o descuento compuesto puede ser en cualquier momento

ORDENACIÓN DE CAPITALS, se prefiere el que tenga mayor valor en la fecha que se efectúa la comparación

ORDENACIÓN DE DESEMBOLSOS (PAGO), se prefiere el Menor

SUMA DE CAPITALS consiste en sustituir varios capitales por otro único, en condiciones de equivalencia financiera

$$V = V_1 + V_2$$

$$C * (1 - d * t) = [C_1 * (1 - d_1 * t_1)] + [C_2 * (1 - d_2 * t_2)]$$

t = vencimiento común

Si se exige que $C = C_1 + C_2$ y se despeja el tiempo, a t se le llama **vencimiento medio**

DESDOBLAMIENTO DE CAPITALS es la operación opuesta a la suma, su fórmula es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$C = C_1 + C_2$$

$$C * t = (C_1 * t_1 + C_2 * t_2)$$

TEMA III. OPERACIONES FINANCIERAS

CONCEPTO: las operaciones financieras se realizan intercambios, no simultáneos, de capitales entre las partes intervinientes de manera que sus compromisos sean equivalentes. Esto es:

- NO simultaneidad de los intercambios implica que las operaciones " al contado" no son financieras
- La existencia de dos personas como mínimo
- La existencia de dos compromisos de entrega de capitales:
 - prestación: persona que entrega el primer capital
 - contraprestación: persona que adquiere la otra persona
- Los capitales como componente objetiva
- Ley de valoración común: los compromisos adquiridos por ambas partes tienen que ser equivalentes
- Se distinguen:
 - Origen o momento de la entrega del primer capital
 - Fin o momento de la entrega del último capital
 - Duración tiempo entre Origen y fin

CLASIFICACIÓN POR:

- SU DURACIÓN:
 - a corto plazo
 - a largo plazo (> 1 año)
- LA LEY FINANCIERA APLICADA
 - capitalización
 - descuento
 - mixtas
- EL NÚMERO DE CAPITALES QUE INTERVIENEN
 - simples, un sólo capital por cada una de las partes
 - compuestas, más de un capital por ambas partes
- EL OBJETIVO QUE PRETENDE CADA PARTE
 - financiación, cuando se recibe en primer lugar un capital y luego se devuelve
 - inversión:
 - reales, cuando se adquieren activos reales
 - financieras, cuando se adquieren acciones, obligaciones, etc
 - mixtas
- LA SITUACIÓN CREDITICIA DE LAS PARTES
 - crédito unilateral, cuando la prestación se mantiene acreedora durante toda la operación
 - crédito recíproco, cuando la contraprestación pasa a ser deudora en algún momento
- POR EL SUJETO QUE INTERVIENE
 - bancarias, cuando uno de los sujetos es un banco
 - pasivas, como las cuentas corrientes
 - activas, como los créditos
 - mediación o servicios como las domiciliaciones
 - No bancarias, el resto

EQUIVALENCIA FINANCIERA: una vez concretada la ley financiera de valoración, la ecuación de equivalencia financiera establece un equilibrio estático o global de la operación

SALDO FINANCIERO (R) es el capital que habría de entregar en t la parte que hasta ese momento ha entregado menos para que la operación quedase equilibrada. Es un equilibrio dinámico. Métodos:

- **retrospectivos**, por diferencia (prestación - contraprestación) entre los compromisos pasados

$$R_{t_0} * L(t; p) = \{ \forall \alpha \in [0..t_0]; \quad C_\alpha * L(\alpha; p) \}$$

- **prospectivos** por diferencia (prestación - contraprestación) entre los compromisos futuros

$$R_{t_0} * L(t; p) = \{ \forall \alpha \in [t_0 + 1...último]; \quad C_\alpha * L(\alpha; p) \}$$

- **recurrente**, consiste en partir del saldo en t , valorarlo en t' junto a los capitales que hay entre t y t'

Un saldo se dice que es por la:

- DERECHA, situados en t_0 (=fecha del saldo), el cálculo del saldo RETrospectivo incluye su capital, si éste existe. SI es PROSpectivo nunca se incluirá

- IZQUIERDA, situados en t_0 (=fecha del saldo), el cálculo del saldo PROspectivo incluye su capital, si éste existe. SI es RETrospectivo nunca se incluirá

RÉDITOS Y TANTOS EFECTIVOS: las operaciones financieras se suelen producir unos desembolsos adicionales a lo que conlleva la operación pura. Tipos de desembolsos:

- Unilaterales, cuando los entrega una de las partes intervinientes en la operación y va a parar a terceros (notaria, tasaciones, peritajes, Hacienda).
- Bilaterales, cuando los entrega una parte y los recibe la otra parte (comisiones bancarias). El rédito o tanto efectivo se obtiene mediante el TIR o mediante la ley de capitalización compuesta

T.A.E. o TANTO ANUAL EQUIVALENTE (Ver tema 5)

TEMA IV. CUENTAS CORRIENTES

FÓRMULAS Y DEFINICIONES, la empresa A abre una cuenta a la empresa B (titular de la cuenta) y se abonan los capitales que entrega B

Montante Anual: $M_{\text{anual}} = C * (1 + i * t) = C + C * i * t$; i, t en años

Montante en período días: $M_{n \text{ días}} = C * (1 + i_n * n/360) = C + C * i_n * n/360$;

Intereses: $I = C * i_n * n/360 = [C * n] / [360 / i] = [N] / [D]$

N = Número Comercial, para operar con cifras pequeñas. $N = C * n$ = capital por días

D es el divisor fijo. $D = 360 / i$ (i en %) = año comercial / interés anual

fecha en que se produce el devengo del capital

concepto descripción de la operación

cuantía o importe monetario

Vencimiento o **fecha valor**, la fecha que se hace efectivo el pago o cobro de la cuantía

Días los que transcurren desde una determinada fecha, dependiendo del método

CUENTAS CORRIENTES A INTERÉS RECÍPROCO por aplicarse el **mismo tanto** a los capitales deudores ya los acreedores

MÉTODO DIRECTO, el saldo en p se obtiene como suma de dos componentes:

- 1) saldo aritmético de las cuantías
- 2) saldo de intereses mediante números comerciales dividido por el número fijo

$$S_p = \sum_{1}^n C_s - \sum_{1}^m C'_s + [(\sum_{1}^n N_s - \sum_{1}^m N'_s) / D]$$

n (días) = **fecha de cierre** - fecha de vencimiento

$N = C * n$

$D = 360 / i$ (en %)

Ejemplo: mantenemos una cuenta recíproca CON la empresa B y soy A

interés recíproco **9 %** fecha **cierre: 31/1** $D = 360 / 9 = 40$

		Cuantías		Vcto.	Días	Números Comerciales	
fecha	concepto	Debe	Haber			Debe	Haber
1/1	saldo a favor	5				31/12 31	5 * 31
5/1	cobro cheque	400				15/1 16	400 * 16
8/1	pago cheque		100			30/1 1	1 * 100
20/1	cobro	200				15/2 -15	-15 * 200
		+ _____	+ _____			+ _____	+ _____
		$\Sigma C = 605$				$\Sigma N_s = 3555$	
		$\Sigma C' = 100$				$\Sigma N'_s = 100$	

$$S_{31/1} = \Sigma C_s - \Sigma C'_s + [(\Sigma N_s - \Sigma N'_s) / D] = 605 - 100 + [(3555 - 100) / 40] = \underline{\underline{591.375}}$$

El signo positivo significa que es saldo deudor . Saldo a favor de A (yo)

Inconvenientes:

- los capitales que vencen después de la fecha de cierre son negativos
- es preciso conocer la fecha de cierre y luego hacer los cálculos
- la prorroga o anticipo del cierre (h) hay que aplicarla a los intereses y saldos:

$$h * \left\{ \sum_{1}^n C_s - \sum_{1}^m C'_s \right\}$$

MÉTODO INDIRECTO, se fija una fecha anterior a los vencimientos de los capitales denominada **Época (E)** y los días cuentan desde cada vencimiento hasta **Época**

$$S_p = \sum_{1}^n C_s - \sum_{1}^m C'_s + \{ [(\sum_{1}^n C_s - \sum_{1}^m C'_s) - (\sum_{1}^n N_s - \sum_{1}^m N'_s)] * n / D \}$$

n (días) = fecha de **cierre** - **Época (E)**

N = C * n (n = fecha vencimiento)

Ejemplo: mantenemos una cuenta recíproca

interés recíproco **9 % Época: 31/12** fecha cierre: 31/ 1 **D = 360 / 9 = 40**

fecha	concepto	Cuantías		Vcto.	Días	Números Comerciales	
		Debe	Haber			Debe	Haber
1/1	saldo a favor	5				31/12 0	5* 0
5/1	cobro cheque	400				15/1 15	400*15
8/1	pago cheque		100			30/1 30	30* 100
20/1	cobro	200				15/2 46	200*46
		<u>+</u>	<u>+</u>			<u>+</u>	<u>+</u>
		$\Sigma C = 605$				$\Sigma N_s = 15200$	
		$\Sigma C' = 100$				$\Sigma N'_s = 3000$	

$$S_{31/12} = 605 - 100 + \{ [(605 - 100) * 31 - (15200 - 3000)] / 40 \} = \underline{\underline{591.375}}$$

El signo positivo significa que es saldo deudor

Ventajas:

- los capitales que vencen después de la fecha de cierre son POSITIVOS
- NO es preciso conocer la fecha de cierre y luego hacer los cálculos

Inconvenientes:

- es más laborioso

MÉTODO HAMBURGUES, va calculando el saldo de cuantías en cada movimiento de la cuenta y los días se hallan entre cada vencimiento y el siguiente (pueden ser negativos pues se ordena por fechas y las fechas de vencimiento NO estarán en orden). Los números comerciales resultan del producto del saldo de cuantías por los días así calculados. Al final se obtienen el saldo de números de la misma forma que en el método directo.

Cálculo de fechas:

- del 31/12 al 15/1 hay 15 días
- del 15/2 al 31/1 hay -16 días

Ejemplo: mantenemos una cuenta recíproca

interés recíproco **9 %** fecha **cierre: 31/ 1** **D = 360 / 9 = 40**

fecha	concepto	Cuantías		Saldos		Vcto.	Días	Números Comerciales	
		Debe	Haber	Haber	Debe			Debe	Haber
1/1	saldo a favor	5		5		31/12 15		5 * 15	
5/1	cobro cheque	400		405		15/1 15		405*15	
8/1	pago cheque		100	305		30/1 16		305*16	
20/1	cobro	200		505		15/2 -15		505 * (-15)	
		<u>+</u>	<u>+</u>					<u>+</u>	<u>+</u>
		$\Sigma C = 605$				$\Sigma N_s = 3455$		$\Sigma N'_s = 0$	

$$S_{31/1} = \Sigma C_s - \Sigma C'_s + [(\Sigma N_s - \Sigma N'_s) / D] = 605 - 100 + [(3455-0)/40] = \underline{\underline{591.375}}$$

CUENTAS CORRIENTES A INTERÉS NO RECÍPROCO:

- se aplica DISTINTO tipo de interés (y por tanto D) a los saldos acreedores y deudores.
- el método más habitual y apropiado es el HAMBURGUESES
- se tiene que ORDENAR los saldos por FECHA DE VENCIMIENTO

CUENTAS CORRIENTES BANCARIAS una de las partes es un banco o entidad de crédito.

Características:

- el tipo de interés NO es recíproco
- se formalizan mediante contrato
- los intereses acreedores tributan IRPF, efectuándose una retención a cuenta (25%)
- para fijar el vencimiento o fecha valor
 - las entregas se les asigna el día SIGUIENTE hábil
 - las retiradas se les asigna el MISMO día de la operación
- información:
 - periodo al que se refiere el abono
 - tipo de interés aplicado
 - suma de los números comerciales o saldo medio
 - importe de intereses
 - impuestos retenidos

Tipos:

- Cuentas corrientes a la vista:
 - se abre una cuenta a petición del cliente que ingresa el primer capital en el momento de la apertura.
 - Tiene saldos normalmente acreedores, aunque puede permitir saldos deudores (descubiertos)
- Cuentas corrientes de crédito:
 - la entidad concede un crédito a sus clientes con un límite

CUENTAS CORRIENTES RENUMERADAS tienen rentabilidades muy bajas.

Características:

- el **interés nominal** (j_m) se suele aplicar al saldo medio y es constante
- en ocasiones se exige un **saldo mínimo** (S_{\min}) para aplicar intereses
- **Franquicia** (F), esto es, sólo aplican intereses entre saldo medio y la franquicia
- comisiones:
 - por apuntes (c_a)
 - por mantenimiento (c_m)

El **Rédito**: $i_m = j_m / m$; m = frecuencia anual

Los **Intereses brutos**:

Si $S_m > S_{\min}$ entonces $I_b = (S_m - F) * i_m$

Si $S_m < S_{\min}$ entonces $I_b = 0$

Los **intereses netos**:

$I_n = I_b * (1 - t) - h * c_a - c_m$; t = tipo retención IRPF, h = numero de apuntes

EL TAE (Ver Tema 5)

CUENTAS DE AHORRO: - menor agilidad pues NO tienen talonario de cheques - mayores intereses

TEMA V. OPERACIONES DE FINANCIACIÓN A CORTO PLAZO

CRÉDITO COMERCIAL (r): los descuentos en factura se utilizan frecuentemente en la venta si el comprador paga al contado, para poderlos comparar se utilizan las leyes de capitalización:

$$\text{c. simple } d = [360 * r] / [n(1 - r)], \quad \text{c. compuesta } i^* = (1/(1 - r))^{360/n} - 1; \quad n = \text{días}$$

DESCUENTO BANCARIO: una entidad financiera presta o adelanta la disponibilidad de un capital por un plazo corto de tiempo.

Características:

- hay sólo un capital
- es una operación a corto plazo
- se aplica la ley de descuento comercial ($V_0 = C - C * d * t$)

DESCUENTO DE PAPEL COMERCIAL: la empresa vendedora gira una letra de cambio, en la que figura como librado la empresa compradora y la presenta al banco para que la descuenta y le entregue su valor descontado o efectivo resultante (E). El banco, tomador de la letra, se queda con la letra (cobrando una comisión) y cuando llegue su vencimiento la presenta al cobro recibiendo el capital nominal (N) que figura en la misma.

Descuento bancario: nominal de la letra - efectivo NETO que entrega el banco

Días de descuento: días desde que se presenta la letra en el banco hasta su vencimiento

Tipos de giros:

- A fecha fija: indica el día, mes, año en que vence
- Plazo contado desde la fecha de giro: vence contados los días desde la fecha de giro
- Vista: el librado hace efectiva la letra en el momento en que se presente al cobro
- Plazo contado desde la vista: vence contados los días desde que se presente al

librado

Comisión de cobranza (g, g mín) ‰ : linealmente proporcional al nominal de la letra y no dependen de la duración de la operación.

Tipos:

- Letras domiciliadas y aceptadas, interés muy bajo y sencilla la gestión de cobro
- Letras domiciliadas SIN aceptar, interés algo mayor y con comisión fija
- Letras NO domiciliadas comisión muy alta

IVA (16%): - si se descuenta, NO tributa o NO se aplica
- si el banco gestiona el cobro, TRIBUTA sólo por la comisión

descuento forfait (d_f): tanto de descuento comercial con **todos los gastos incluidos (excepto en Timbre)**

Timbres: se utilizan para que la letra tenga plenos efectos y tiene una tarifa por varemos; no dependen de la duración de la operación

Cálculos:

g = comisión en tantos por uno; G = otros gastos; N = Nominal; E = efectivo; d = días; L = líquido; T = timbre
c_d = comisión de devolución por perjuicio, G_p = gasto notario, c_p = gasto gestión notario, G_c = otros gastos
I = intereses de demora, T = timbre de la nueva letra, n = número de días a los que se gira la letra resaca

- Efectivo (E) por descuento:

$$E = N * (1 - (d*n/360) - g) - G - g$$

- Efectivo (E) por gestión:

$$E = N * (1 - g * (1 + t))$$

- Líquido (L):

$$L = E - T$$

- Tantos efectivos (i_b) para el banco:

- en capitalización simple:

$$N = E * [1 + i_b * t / 365] \Rightarrow \text{se despeja } i_b$$

- rendimiento (d_b) en descuento comercial

$$E = N * (1 - d_b * t / 360) \Rightarrow \text{se despeja } d_b$$

- rédito de descuento (r_b):

$$r_b = (N - E) / N$$

- c. compuesta ó TAE (i_b*):

$$E' = E + g_{\min} ; \quad N = E' * (1 + i_b^*)^{t/360} \Rightarrow \text{se despeja } i_b$$

- Tantos efectivos (i_c) para el cliente:

- c. simple: $N = L * [1 + i_c * t / 365] \Rightarrow \text{se despeja } i_b$

- descuento comercial, tanto de coste (d_c): $N = L * [1 - d_c * t / 365] \Rightarrow d_c$

- c. compuesta ó TAEC: $N = L * [1 + i_c^*]^{t/365} \Rightarrow \text{se despeja } i_b^*$

- Facturas de descuento, son giros agrupados por remesas:

- Cálculo de días de descuento

- Cálculo del tipo % de descuento y comisiones, según baremo:

FD=fecha llevada al descuento; FG=fecha de giro; V= vencimiento acordado; D=Días

X días/meses $\Rightarrow D = FG + X - FD$ (+ 3 días si no está aceptada)

X días/meses Vista \Rightarrow ACEPTADA $\Rightarrow D = X + 3$

\Rightarrow NO ACEPTADA $\Rightarrow D = V + X - FD$

Fecha acordada (V) \Rightarrow ACEPTADA $\Rightarrow D = V - FD$

Otros tipos de letras:

- Letras IMPAGADAS: la cuantía que nos adelantó, ahora nos la cobra (carga) más otras comisiones e intereses. El total que nos cobra el banco es:

$$C_t = N * (1 + c_d) + G_p + c_p + G_c$$

- Letras RESACA:

$$N = [C_t + I + T] / [1 - ([d * n / 360] - g)]$$

ATENCIÓN: El Timbre puede cambiar debido a que la cantidad es superior al Nominal inicial pues se suman los gastos e intereses

- Letras Persiana:

meses de 30 días

$$\text{- con } d = \text{cte} \Rightarrow E = C * n^{\circ} \text{letras} * [1 - (d * (n + 1) / 2m) - g]$$

$$\text{- con } d = \text{Vari.} \Rightarrow E = C * \sum_{\alpha=1}^{n^{\circ} \text{letras}} [1 - (d_{\alpha} * \alpha / 12) - g]$$

DESCUENTO FINANCIERO: el cliente del banco pide un préstamo al banco por un período corto de tiempo y la operación se materializa mediante una letra de cambio en la que ese cliente figura como librado. El librador será el propio banco o más usualmente un avalista

$$L = N * (1 - [d * m / 12] - g - co) - T; d = \text{tanto de descuento}, co = \text{corretaje}, g = \text{comisión de apertura}$$

LETRAS DEL TESORO son títulos de la Deuda Pública a corto plazo

CARACTERÍSTICAS:

- se emiten al descuento por el sistema de SUBASTA COMPETITIVA, si no se va a subasta se adjudican al precio ponderado.
- para acudir a subasta hay que entregar a cuenta un 2% del total solicitado
- NO hay títulos físicos, sólo ANOTACIONES en cuenta
- el nominal de las letras es de UN MILLÓN
- los rendimientos NO están sujetos a retención ni a IRPF pero se declaran

EJECUCIÓN DE SUBASTA, cada entidad hace una petición de una cantidad a un precio, luego se hace la media ponderada y la D.G.T. fija el precio mínimo; se adjudican las peticiones según:

- si es por debajo del precio mínimo, NO se suscriben
- si es por arriba del precio mínimo:
 - y por debajo del ponderado, se suscriben al precio ofertado por la entidad
 - y por arriba del ponderado, se suscriben al precio de la media ponderada

CÁLCULO DE LOS TIPOS DE INTERÉS MARGINAL Y MEDIO

P = Precio, P' = precio en mercado secundario, i = interés anual, i_v = interés vendedor, i_c = interés comprador t = días, c_s = comisión suscripción, c_a = comisión amortización

$$\text{- Si es inferior a 376 días: } [1 + (i * t / 360)] * P = 1.000.000 \Rightarrow i$$

$$\text{- Si es superior a 376 días: } [(1 + i)^{t/360}] * P = 1.000.000 \Rightarrow i$$

TANTOS EFECTIVOS, en general:

$$(\text{Precio} + \text{Costes}) = \text{Desembolsado} * \text{rentabilidad} = \text{Ingresado} (= \text{letra} - \text{coste de amortización})$$

LA LETRAS SE EMITE HASTA LA AMORTIZACIÓN

- c. simple: $(P + 1000000 * c_s) * (1 + [i_s * t / 365]) = 1000000 - 1000000 * c_a$
- c. compuesta: $(P + 1000000 * c_s) * (1 + i)^{t/365} = 1000000 - 1000000 * c_a$

LA LETRA SE VENDE EN EL MERCADO SECUNDARIO, Rentabilidades para el :

- vendedor: $(P + 1000000 * c_s) * (1 + [i_v * s / 365]) = P' - 1000000 * c_a$
- comprador: $(P + 1000000 * c_s) * [1 + (i_c * (t - s) / 365)] = 1000000 - 1000000 * c_a$

PAGARÉS DE EMPRESA es un título de crédito que contiene la promesa pura y simple de pagar una cantidad determinada en pesetas o moneda extranjera convertible, con vencimiento expreso, a una persona o a su orden

CARACTERÍSTICAS:

- se emiten a subasta por descuento
- se utilizan dos procedimientos de emisión:
 - en serie con nominales y vencimientos estandarizados a través del mercado AIAF Renta Fija
 - a la medida con el tanto y el plazo individualizado
- están sujetos a retención fiscal a cuenta del IRPF en el momento de la amortización o venta
- los emisores serán grandes empresas con conocida solvencia y prestigio

VALORACIÓN Y TANTOS EFECTIVOS

$i = \text{en \%}$ TIR (tanto interno de rentabilidad); $n = \text{días}$; $N = \text{Nominal del pagaré}$; $E = \text{efectivo a desembolsar}$

- Si es inferior a 376 días: $E = N / [1 + (i * n / 36.500)]$
- Si es superior a 376 días: $E = N / [(1 + i)^{n / 365}] * 100$

GASTOS de:

- la empresa **emisora**:
 - (α) Impuesto sobre Actos Jurídicos Documentados al emitir
 - (β) Comisión que recibe AIAF por la admisión a cotización y mediación
 - (γ) Comisión de apertura de la línea de crédito subsidiaria
- el **suscriptor**:
 - (c_c) Comisión de custodia del pagaré en su caso. En tantos por uno
 - (t) Retención a cuenta del IRPF o de Sociedades o venta de pagaré (25%)

TANTOS EFECTIVOS DE:

$E' = \text{precio que desembolsa por un pagaré}$

- rentabilidad para la empresa:

- c. simple: $[E - N * (\alpha + \beta + \gamma)] * (1 + (i_e * k / 12)) = N$

- **rentabilidad para el inversor:**

- c.simple:
$$E' * (1 + (i_0 * k / 12)) = N * (1 - c_c) - [(N - E) * t]$$

EL MERCADO AIAF DE RENTA FIJA: la **Asociación** de Intermediarios de Activos Financieros está formada por bancos, cajas, sociedades mediadoras en el mercado del dinero (SMMD), sociedades y agencias de valores y en general las entidades sometidas a control, vigilancia e inspección del Banco de España que desean operar en este mercado y cumplen los 72 requisitos que se establecen en los estatutos de la Asociación

OPERACIONES CON PACTO DE RECOMPRA (REPRO), consiste en la realización de dos operaciones de compraventa de activos financieros de signo contrario que se pactan en un mismo momento inicial. El vendedor inicial se compromete a recomprar los activos cuando:

- transcurre el plazo (s) convenido, obtiene financiación durante el plazo de la operación y su coste viene medido por la diferencia entre los precios de venta inicial (**P**) y recompra (**P'**)
- fija el tipo de interés anual (**i**) que ha de obtenerse

$$P * [1 + (i * s / 365)] = P'$$

CONTRATOS A PLAZO DE TIPOS DE INTERÉS (FRA = FORWARD RATE AGREEMENT)

DEFINICIÓN, son compromisos entre dos partes sobre el tipo de interés de un depósito **teórico** o notional a un plazo y una cuantía determinada. Comprador y vendedor se comprometen a liquidar en una fecha futura la diferencia entre los intereses calculados al tipo pactado (tipo FRA= **i_F**) y los que corresponden al tipo **i_M** (MIBOR, LIBOR,...) que rige en el mercado el día de liquidación para el plazo estipulado en el contrato

NOTACIÓN:

- **Momento 0** = fecha en que se toma el **acuerdo y se firma** el contrato
- **Momento n₁**= fecha en la que **comienza el depósito** teórico
- **Momento n₂**= fecha en la que **finaliza el depósito** teórico
- **N** es la **cuantía** nominal del depósito
- **FRA n₁/n₂** = se pueden expresar n₁ o n₂ **en meses** o en días. La diferencia n₁ - n₂ = n son los días o meses en que, teóricamente, está colocada la cuantía N

LIQUIDACIÓN, se efectúa mediante el pago de la **diferencia de intereses**, entre el tipo de referencia (**i_M**) vigente en el mercado interbancario (MIBOR,...) y el estipulado en el contrato (**i_F**), valorada en n₁

- Si se mide el tiempo **en meses** (k) :
$$L = [N * | i_M - i_F | * k] / [12 + (i_M * k)]$$

CONTRATACIÓN

- se opera en mercados **NO** organizados

- Las transacciones se realizan a través de brokers, difundiendo a través del ordenador los mejores precios de oferta y demanda
- NO hay cámara de Compensación que garantice los compromisos
- NO se puede cancelar una operación antes de la fecha de liquidación

PARTICIPANTES: entidades financieras y grandes empresas

UTILIZACIÓN EN LOS MERCADOS:

- COBERTURA, se utiliza para **eliminar o reducir el riesgo de variación** de los tipos de interés cuando se opera con activos a corto plazo relacionados o referenciados al MIBOR
 - los **deudores** tratan de **asegurarse el coste** de la financiación frente a posibles **subidas** de los tipos
 - los **acreedores** tratan de **asegurarse la rentabilidad** de su inversión frente a posibles **bajadas** de los tipos
- ESPECULACIÓN, se utilizan para **obtener beneficios de las variaciones** de los tipos
- ARBITRAJE, se utilizan para **obtener un beneficio sin asumir ningún riesgo** cuando no hay desajustes entre los tipos de interés al contado y los tipos a plazo o tipos FRA

TEMA VI. RENTAS CONSTANTES

CONCEPTO, una renta está formada por un conjunto de capitales (**términos de la renta**) de manera que cada uno de ellos corresponde a un intervalo temporal o **período de maduración**, teniendo un **origen** t_0 y un final de renta t_n , donde concluye el período de maduración. El origen y final NO tienen que coincidir necesariamente con los vencimientos del primer y último capital. Toda renta tiene un causa o motivo que da derecho a percibirla; es lo que se denomina **fuerza de renta**.

VALOR CAPITAL, según el tiempo de duración se valoran mediante:

- ley capitalización simple, si es menor o igual que un año
- ley capitalización compuesta, si es mayor que un año

El **Valor Capital** o valor financiero de una renta en un determinado momento α es un capital cuya cuantía es la suma financiera de los términos de renta.

$$V_{\alpha} = \sum_{s=1}^n C_s * (1 + i)^{\alpha - t_s}$$

Casos particulares: $\alpha = t_0$, será el valor actual

$\alpha = t_n$, será el valor final

PROPIEDADES: - **Equivalencia de rentas**, cuando valoradas con la misma ley de capitalización financiera y en cualquier momento, se obtiene el mismo valor capital

- El valor capital es linealmente proporcional a las cuantías
- La propiedad aditiva respecto de al tiempo
- Sustitución de una renta por otra equivalente con menor números de términos

CLASIFICACIÓN, según:

- las Cuantías de capitales:
 - constantes
 - variables
- la duración
 - temporales, cuando son de duración finita
 - perpétuas, su duración es infinita
- la amplitud de los periodos de maduración
 - discretas, cuando son periodos finitos (anuales, semanales), se clasifican:
 - periódicas, todos sus períodos son iguales
 - No periódicas
 - Continuas, cuando sus periodos son infenitesimales
- el momento en que vencen los términos de la renta
 - **Pospagables**, cuando los capitales vencen al **final** de cada período de maduración
 - **Prepagables**, cuando los capitales vencen al **principio** de cada período de maduración
 - Si NO vencen al principio o final, se sustituye por otra en que los capitales se trasladan a uno de los extremos de cada período de maduración
- el momento de valoración
 - Inmediatas, cuando el momento $\alpha \in [t_0..t_n]$
 - **Diferidas**, cuando el momento $\alpha < t_0$, se valora **antes del origen**
 - **Anticipadas**, cuando el momento $\alpha > t_n$, se valora **después del final**
- la aleatoriedad: Ciertas, cuando se conocen el principio, final y los términos de la renta
Aleatorias

VALORACIÓN DE RENTAS: CONSTANTES E INMEDIATAS

Pospagables : $a_{n|i} = [1 - (1+i)^{-n}] / i$ $s_{n|i} = [(1+i)^n - 1] / i$

TEMPORAL Y POSPAGABLE:

Valor Actual: $V_0 = C * a_{n|i}$

Valor final : $V_n = C * s_{n|i}$

PREPETUA Y POSPAGABLE

Valor Actual: $V_0 = C * a_{\infty|i} = C / i$

Prepagables : $\ddot{a}_{n|i} = (1+i) * a_{n|i}$ $\ddot{s}_{n|i} = (1+i) * s_{n|i}$

TEMPORAL Y PREPAGABLE:

Valor Actual: $V_0 = C * \ddot{a}_{n|i} = C * (1+i) * a_{n|i}$

Valor final : $V_n = C * \ddot{s}_{n|i} = C * (1+i) * s_{n|i}$

PERPETUA Y PREPAGABLE:

Valor Actual: $V_0 = C * \ddot{a}_{\infty|i} = C * (1+i) / i$

CONSTANTES Y DIFERIDAS

Pospagables : la renta tiene su origen en el momento d ; por ser pospagable el primer capital se apaga en $d+1$ y el último en $d+n$, siendo la renta de n períodos. La renta se valora en el momento 0; por eso, la renta esta diferida d períodos respecto al momento de valoración

Origen
Fin
 /-----/-----/-----/-----/-----/
 0 **diferimiento** d $d+1$ $d+2$ $d+n$

${}_d a_{n|i} = (1+i)^{-d} * a_{n|i}$

TEMPORAL Y POSPAGABLE

Valor Actual: ${}_d V_0 = C * {}_d a_{n|i} = C * (1+i)^{-d} * a_{n|i}$

PERPETUA Y POSPAGABLE

Valor Actual: ${}_d V_0 = C * {}_d a_{\infty|i} = C * (1+i)^{-d} / i$

Prepagables :

Origen
Fin
 /-----/-----/-----/-----/-----/
 0 **diferimiento** d $d+1$ $d+2$ $d+n$

${}_d \ddot{a}_{n|i} = (1+i)^{-d} * \ddot{a}_{n|i} = (1+i)^{-d+1} * a_{n|i}$

TEMPORAL Y PREPAGABLE

Valor Actual: ${}_d \ddot{V}_0 = C * {}_d \ddot{a}_{n|i} = C * (1+i)^{-d} * \ddot{a}_{n|i}$

PERPETUA Y PREPAGABLE

Valor Actual: ${}_d \ddot{V}_0 = C * {}_d \ddot{a}_{\infty|i} = C * (1+i)^{-d+1} / i$

CONSTANTES Y ANTICIPADAS,

Pospagables : la renta finaliza en el momento n y se valora en $n+k$, por lo que la renta está anticipada K períodos del momento de valoración

$$\begin{array}{c} \text{Origen} \qquad \qquad \qquad \text{Fin} \\ \text{-----} \\ 0 \qquad \qquad \qquad n \quad \text{Anticipamiento} \qquad \qquad \qquad n+k \\ {}_k/{}_nS_{\overline{i}} = (1+i)^k * {}_nS_{\overline{i}} \end{array}$$

Prepagables :

$$\begin{array}{c} \text{Origen} \qquad \qquad \qquad \text{Fin} \\ \text{-----} \\ 0 \qquad \qquad \qquad n-1 \quad n \quad \text{Anticipamiento} \qquad \qquad \qquad n+k \\ {}_k/{}^nS_{\overline{i}} = (1+i)^k * {}^nS_{\overline{i}} = (1+i)^{k+1} * {}_nS_{\overline{i}} \end{array}$$

CONTANTES FACCIÓNADAS, una renta se transforma en faccionaria cuando cada cuantía y cada período de maduración se divide en m partes iguales.

i_m =tanto efectivo; j_m =tanto de la frecuencia m ; i_m =rérito asociado a subperíodos de amplitud $1/m$ del período de referencia

IMPORTANTE: C es la cuantía anual y C_m es la cuantía de cada subperíodo anual

$$\begin{array}{l} \text{Pospagables} : \qquad \qquad \qquad {}_a(m)_n{}_{\overline{i}} = i/j_m * {}_a_n{}_{\overline{i}} \qquad \qquad \qquad S(m)_n{}_{\overline{i}} = \\ i/j_m * S_n{}_{\overline{i}} \end{array}$$

TEMPORAL Y POSPAGABLES

$$V^{(m)}_0 = C * {}_a(m)_n{}_{\overline{i}} = C * i/j_m * {}_a_n{}_{\overline{i}}$$

$$V^{(m)}_n = C * S(m)_n{}_{\overline{i}} = C * i/j_m * S_n{}_{\overline{i}}$$

PERPETUA Y POSPAGABLES

$$V^{(m)}_0 = C * {}_a(m)_{\infty}{}_{\overline{i}} = C / j_m$$

$$\text{Prepagables} : \qquad \qquad \qquad {}^a(m)_n{}_{\overline{i}} = (1+i)^{1/m} * {}_a(m)_n{}_{\overline{i}}$$

$${}^nS(m)_n{}_{\overline{i}} = (1+i)^{1/m} * S(m)_n{}_{\overline{i}}$$

TEMPORAL Y POSPAGABLES

$${}^nV^{(m)}_0 = C * {}^a(m)_n{}_{\overline{i}}$$

$${}^nV^{(m)}_n = C * {}^nS(m)_n{}_{\overline{i}}$$

PERPETUA Y PREPAGABLES

$${}^nV^{(m)}_0 = C * {}^a(m)_{\infty}{}_{\overline{i}} = C * (1+i)^{1/m} / j_m$$

TEMA VII. RENTAS VARIABLES

CASOS GENERALES

RENTA POSPAGABLE

	C_1	C_2	C_2	C_3	C_4	C_s	C_n
	/-----/	/-----/	/-----/	/-----/	/-----/	---/-	----/
0	1	2	3	4	5	s	n

Las expresiones NO se pueden simplificar al no ser conocida la ley de formación de cuantías

$$\text{Valor Actual: } V_0 = \sum_{s=1}^n C_s * (1+i)^{-s}$$

$$\text{Valor final: } V_n = \sum_{s=1}^n C_s * (1+i)^{n-s}$$

RENTA PREPAGABLE

	C_1	C_2	C_2	C_3	C_4	C_5	C_s	C_n
	/-----/	/-----/	/-----/	/-----/	/-----/	/-----/	---/-	----/
0	1	2	3	4	5	s		n

Se obtiene desplazando todas las cuantías al final de cada período de maduración, para lo cual se multiplican por $i+1$

$$\text{Valor Actual: } V_0 = (i+1) * \sum_{s=1}^n C_s * (1+i)^{-s} = (i+1) * V_0$$

$$\text{Valor final: } V_n = (i+1) * \sum_{s=1}^n C_s * (1+i)^{n-s} = (i+1) * V_n$$

RENTA DIFERIDA

	V_d	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_n
	/-----	/-----	/-----	/-----	/-----	/-----	---/
0	d	d+1	d+2	d+3	d+4		d+n

Se mantiene $(1+i)^{-d}$ como operador para obtener el valor de las rentas en función de las correspondientes inmediatas

$$\text{Pospagable: } V_n = (1+i)^{-d} * V_d$$

$$\text{Prepagable: } V_0 = (1+i)^{-d} * V_d$$

RENTA ANTICIPADA

	C_1	C_2	C_2	C_3	C_4	V_n	
	/-----/	/-----/	/-----/	/-----/	/-----/	---/-	----/
0	1	2	3	4	5	n	Anticipamiento n+k

Se mantiene $(1+i)^k$ como operador para obtener el valor de las rentas en función de las correspondientes inmediatas

$$\text{Pospagable: } V_n = (1+i)^k * V_n$$

$$\text{Prepagable: } V_n = (1+i)^k * V_n$$

RENTA FRACCIONARIA, se transforma en fraccionaria cuando cada cuantía y cada período se divide en m partes iguales. El rédito i_m para los períodos de amplitud $1/m$ en función del tanto i para los períodos unitarios es:

$$1+i = (1+i_m)^m \gg \gg \gg i_m = (1+i)^{1/m} - 1$$

RENTAS EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA, cada término se obtiene a partir del anterior **multiplicando por un número q** que se denomina **razón**. La razón puede ser positiva cuando $q > 0$. Cuando $q > 1$ los términos crecen y cuando $q < 1$ los términos decrecen

RENTA TEMPORAL Y POSPAGABLE

	C	$C \cdot q$	$C \cdot q^2$	$C \cdot q^3$	$C \cdot q^4$		$C \cdot q^{n-1}$
/-----/-----/-----/-----/-----/-----/-----							
0	1	2	3	4	5		n

Valor Actual $A(C; q)_{n|i} = C \cdot [1 - (q / (1 + i))^n] / [1 + i - q]$

Valor Final $S(C; q)_{n|i} = (1 + i)^n \cdot A(C; q)_{n|i}$

CASO PARTICULAR ($q = 1 + i$ entonces aparece la indeterminación 0/0):

Valor Actual $A(C; 1 + i)_{n|i} = C \cdot (1 + i)^{-1} \cdot n$

Valor Final $S(C; q)_{n|i} = C \cdot (1 + i)^{n-1} \cdot n$

RENTA PERPETUA Y POSPAGABLE, 3 CASOS PARTICULARES:

1) $q < 1 + i$ >>>> $A(C; q)_{\infty|i} = C / (1 + i - q)$

2) $q = 1 + i$ >>>> Sin sentido financiero

3) $q > 1 + i$ >>>> Sin sentido financiero

RENTA TEMPORAL Y PREPAGABLE

C	$C \cdot q$	$C \cdot q^2$	$C \cdot q^3$	$C \cdot q^4$		$C \cdot q^{n-1}$	
/-----/-----/-----/-----/-----/-----/-----							
0	1	2	3	4	5	n-1	n

Los Valores Actual y Final se hallan multiplicando los valores de la pospagable por $1 + i$:

Valor Actual $\ddot{A}(C; q)_{n|i} = (1 + i) \cdot A(C; q)_{n|i}$

Valor Final $\ddot{S}(C; q)_{n|i} = (1 + i)^{n+1} \cdot A(C; q)_{n|i}$

CASO PARTICULAR ($q = 1 + i$ entonces aparece la indeterminación 0/0)

Valor Actual $\ddot{A}(C; 1 + i)_{n|i} = C \cdot n$

Valor Final $\ddot{S}(C; q)_{n|i} = C \cdot n$

RENTA PERPETUA Y PREPAGABLE, sólo tiene solución financiera si $q < 1 + i$:

$\ddot{A}(C; q)_{\infty|i} = C \cdot (1 + i) / (1 + i - q)$

RENTA DIFERIDA Y RENTA ANTICIPADA, se valoran en función de las correspondientes rentas inmediatas aplicando los operadores $(1 + i)^{-d}$ ó $(1 + i)^k$ respectivamente

RENTA FRACCIONARIA, se ha de usar el operador de transformación i / j_m

RENTAS EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA, cada término se obtiene en función del anterior sumándole una cuantía constante d que se denomina **razón**. La razón puede ser positiva o negativa; si es negativa, la única condición que se ha de cumplir es que el último término de la renta sea positivo

RENTA TEMPORAL Y POSPAGABLE

$$\begin{array}{ccccccc} C & C+d & C+2*d & C+3*d & C+4*d & & C+(n-1)*d \\ /-----/-----/-----/-----/-----/-----/----- & & & & & & \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & n \end{array}$$

Valor Actual:

$$A(C;d)_n \overline{i} = \{ [C + (d/i)] * a_n \overline{i} \} - \{ [d * n * (1+i)^{-n}] / [i] \}$$

Valor Final:

$$S(C;d)_n \overline{i} = (1+i)^n * A(C;d)_n \overline{i}$$

RENTA PERPETUA Y POSPAGABLE

$$\text{Valor Actual: } A(C;d)_{\infty} \overline{i} = [C + (d/i)] / [i]$$

RENTA TEMPORAL Y PREPAGABLE

$$\begin{array}{ccccccc} C & C+d & C+2*d & C+3*d & C+4*d & & C+(n-1)*d \\ /-----/-----/-----/-----/-----/-----/----- & & & & & & \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & n-1 \quad n \end{array}$$

$$\text{Valor Actual: } \ddot{A}(C;d)_n \overline{i} = (1+i) * A(C;d)_n \overline{i}$$

$$\text{Valor Final: } \ddot{S}(C;d)_n \overline{i} = (1+i)^{n+1} * A(C;d)_n \overline{i}$$

RENTA PERPETUA Y PREPAGABLE

$$\text{Valor Actual: } \ddot{A}(C;d)_{\infty} \overline{i} = [C + (d/i)] * (1+i) / [i]$$

RENTA DIFERIDA Y RENTA ANTICIPADA, se valoran en función de las correspondientes rentas inmediatas aplicando los operadores $(1+i)^{-d}$ ó $(1+i)^k$ respectivamente

RENTA FRACCIONARIA, se ha de usar el operador de transformación i/j_m

RENTAS QUE SE VALORAN CON MÁS DE UN TANTO, las rentas que se han valorado hasta el momento en capitalización compuesta han sido con un sólo tanto. Pero en ocasiones se utiliza más de un tanto aplicándose cada uno de ellos aun tramo concreto de la renta.

$$\begin{array}{ccccccc} C_1 & C_2 & & C_s & C_{s+1} & & C_n \\ /-----/-----/----- & & & ---/-----/----- & & & -----/ \\ 0 & 1 & 2 & & s & s+1 & s+n \\ <.....i_1.....> <.....i_2.....> \end{array}$$

Valor Actual:

$$V_0 = \sum_{r=1}^s C_r * (1+i_1)^{-r} + (1+i_2)^{-s} * \sum_{r=s+1}^n C_r * (1+i_2)^{-(r-s)}$$

Valor final:

$$V_n = C * [S(C;d)_{n-s} \overline{i_2} + (1+i)^{n-s} * S(C;d)_n \overline{i_1}]$$

Los operadores para las rentas diferida, anticipada, prepagables y fraccionarias siguen siendo válidos.

TANTO MEDIO DE VALORACIÓN, es el tanto único que proporciona el mismo valor capital que el obtenido con los tantos que se utilizan para valorar la renta.

RENTAS CONTINUAS, son aquellas en las que se produce un flujo continuo de capitales a lo largo de su duración de manera que en cada instante del tiempo vence un infinitésimo de capital. Se anota con $c(t)$ la función de densidad de cuantía, en cada intervalo infinitesimal (t ; $t + dt$) vence una cuantía elemental $c(t) \cdot dt$

$$\text{Valor Actual: } \bar{V}_0 = \int_0^n c(t) \cdot (1 + i)^{-t} \cdot dt$$

$$\text{Valor Final: } \bar{V}_n = \int_0^n c(t) \cdot (1 + i)^{n-t} \cdot dt$$

Si la renta es perpetua, el intervalo de integración es $(0; +\infty)$

Si la renta está diferida o anticipada se utilizan los operadores $(1 + i)^{-d}$ ó $(1 + i)^k$ respectivamente

CASOS PARTICULARES

FUNCIÓN DE DENSIDAD DE CUANTÍA UNITARIA

$$a_{n|i} = a_{n|i} \cdot i / \ln(1 + i)$$

$$s_{n|i} = s_{n|i} \cdot i / \ln(1 + i)$$

FUNCIÓN DE DENSIDAD CONSTANTE

$$\bar{V}_0 = C \cdot \bar{a}_{n|i}$$

$$\bar{V}_n = C \cdot \bar{s}_{n|i}$$

FUNCIÓN DE DENSIDAD LINEAL

$$\bar{V}_0 = \{ [C + d / \ln(i + 1)] \cdot \bar{a}_{n|i} \} - \{ d \cdot n \cdot (1 + i)^{-n} / \ln(i + 1) \}$$

$$\bar{V}_n = \{ [C + d / \ln(i + 1)] \cdot \bar{s}_{n|i} \} - \{ d \cdot n / \ln(i + 1) \}$$

FUNCIÓN DE DENSIDAD EXPONENCIAL

$$\bar{V}_0 = C \cdot \{ 1 - [q / (1 + i)]^n \} / \{ \ln(i + 1) - \ln q \}$$

$$\bar{V}_n = \{ [C + d / \ln(i + 1)] \cdot \bar{s}_{n|i} \} - \{ d \cdot n / \ln(i + 1) \}$$

APLICACIÓN A LA VALORACIÓN DE INVERSIONES

CLASES, según:

- La clase de Activos:
 - Inversiones Reales, en activos físicos
 - Inversiones financieras, en títulos
- La duración de las inversiones:
 - A largo plazo, más de un año
 - A corto plazo
- El grado de conocimiento del futuro:
 - Inversiones en ambiente de certeza
 - Inversiones en ambiente de riesgo
 - Inversiones en ambiente de incertidumbre

VALOR ACTUAL NETO (VAN)

C_0 = desembolso inicial; R_s = rendimientos netos; n = duración;

i = lo establece el inversor, rentabilidad esperada

$$VAN = \sum_{s=1}^n R_s \cdot (1 + i)^{-s} - C_0$$

TANTO INTERNO DE RENTABILIDAD (TIR)

$$VAN = 0 \Rightarrow (\text{de la fórmula anterior}) \Rightarrow C_0 = \sum_{s=1}^n R_s \cdot (1 + r)^{-s} \Rightarrow \text{despejar } r$$

TEMA VIII. PRÉSTAMOS (I)

DEFINICIÓN, son operaciones en las que una de las partes, prestamista o acreedor, entrega un capital a la otra parte, prestataria o deudor, que se compromete a devolver su equivalente mediante uno o varios pagos escalonados a lo largo de la duración

Se utiliza la ley de capitalización-descuento compuesto por ser operaciones a largo plazo, si fuese la operación a corto plazo se puede utilizar la ley de capitalización simple o descuento comercial

Elementos:

C_0 = capital prestado; C_s = saldo o capital vivo en el momento s

a_1, a_2, \dots, a_n = términos amortizados o cuotas a pagar

Origen: cuando se entrega el capital prestado; Final: cuando queda saldada la deuda

n = duración, *Final - Origen*

M_s = total amortizado después de s períodos

I_s = cuota de intereses, depende del capital vivo al principio del período;

i, i_s = tanto/s de la operación

A_s = cuota de amortización, mide la disminución de la deuda pendiente en el período s

PRÉSTAMO SIMPLE; el prestamista entrega el capital ($C_0, 0$) y el prestatario ha de devolver ($C_n; n$) una vez transcurridos los n períodos convenidos

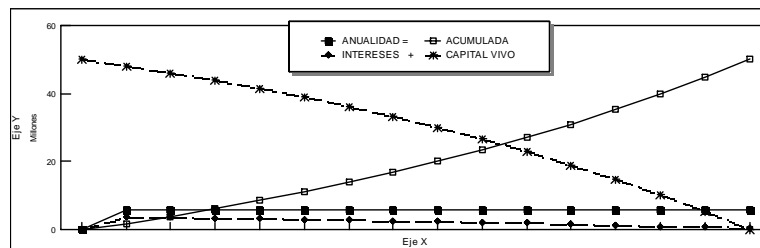
- ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA: $C_n = C_0 * (1 + i)^n$

- SALDO DE LA OPERACIÓN:

- **cuota de intereses**

$$I = C_n - C_0 = C_0 * [(1 + i)^n - 1]$$

MÉTODO FRANCÉS, se caracteriza porque los términos amortizativos son constantes ($a_1 = a_2 = \dots = a_n$) y la operación se valora a un sólo tanto; la contraprestación en una renta constante, temporal y pospagable; si se paga con periodicidad $1/m$ de año, se opera con el rédito i_m y n es el número total de pagos que se realizan



- ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA

$$C_n = a * \bar{a}_{n|i}$$

- SALDO DE LA OPERACIÓN:

- **término amortizativo (constante)** $a = C_{s-1} * i + (C_{s-1} - C_s)$

- cuota de intereses

$$I_s = C_{s-1} * i$$

- cuota de amortización

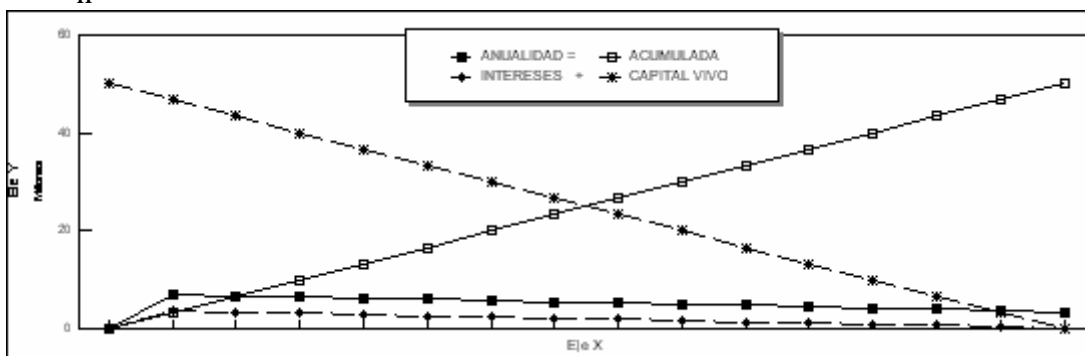
$$A_s = A_1 * (1 + i)^{s-1}; A_1 = a - C_0 * i$$

- **capital amortizado**:

$$M_s = A_1 * \bar{s}_{s|i} \quad \text{ó} \quad M_s = C_0 - C_s$$

MÉTODO DE CUOTAS DE AMORTIZACIÓN CONSTANTES, se verifica

$A_1=A_2=\dots=A_n$ efectuándose la valoración a tanto constante i y duración n .



- ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA

$$C_0 = n * A; \quad C_s = (n - s) * A$$

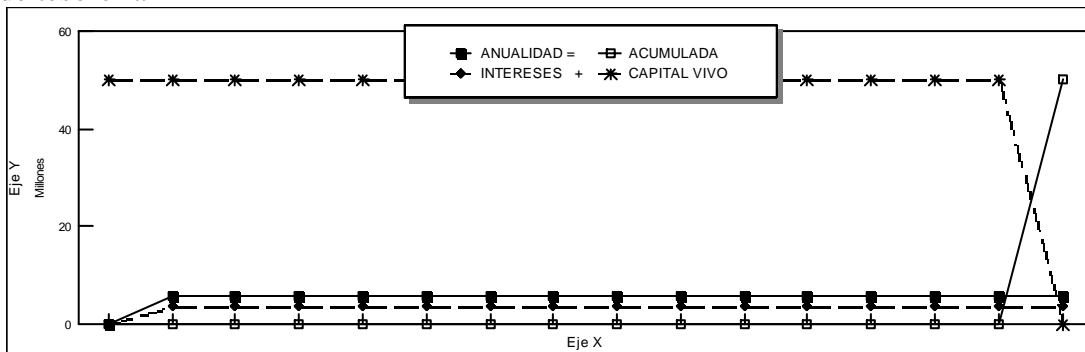
- SALDO DE LA OPERACIÓN:

- **término amortizativo**

$$a_s = a_1 - (A * i * (s - 1))$$

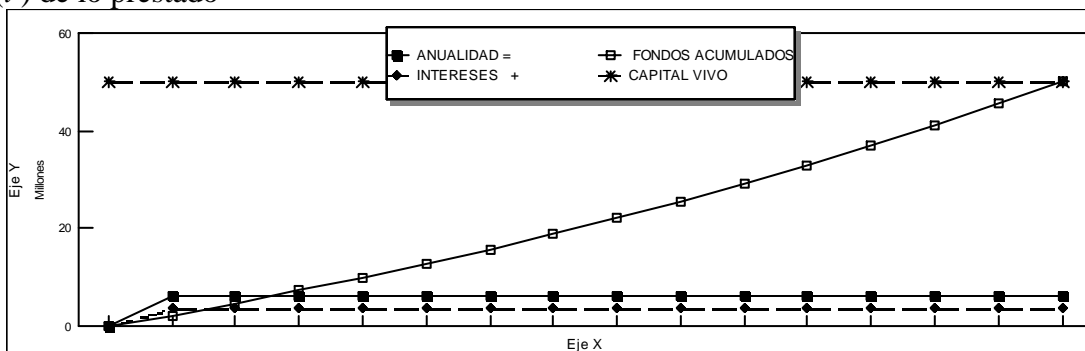
$$a_1 = C_0 * i + C_0 / n = C_0 * i + A$$

MÉTODO AMERICANO SIMPLE, durante los $n - 1$ períodos se pagan únicamente los intereses, efectuándose la amortización del préstamo en el último período ($A_1=\dots=A_{n-1}=0$, $A_n=C_0$), el tanto es constante ($I_1=\dots=I_{n-1}=C_0 * i$) y los términos amortizativos de los $n-1$ primeros períodos se componen de cuota de intereses. Al final de la operación ha de devolver el total prestado, lo que puede ocasionarle problemas de tesorería



MÉTODO AMERICANO CON FONDOS (SINKING FUND), combina dos operaciones:

- amortización del capital prestado por el método americano simple
- operación de constitución de capital mediante aportaciones a un fondo que permita tener el montante C_0 al finalizar la primera operación. El tanto de valoración (i') de estos fondos, suele ser diferente al tanto (i) de lo prestado



- SALDO DE LA OPERACIÓN:

- **métodos:** - retrospectivo $R_s = F * s_{n-1|i'}$; F = cuantía a aportar en cada período

- recurrente $R_s = R_{s-1} * (1 + i') + F$

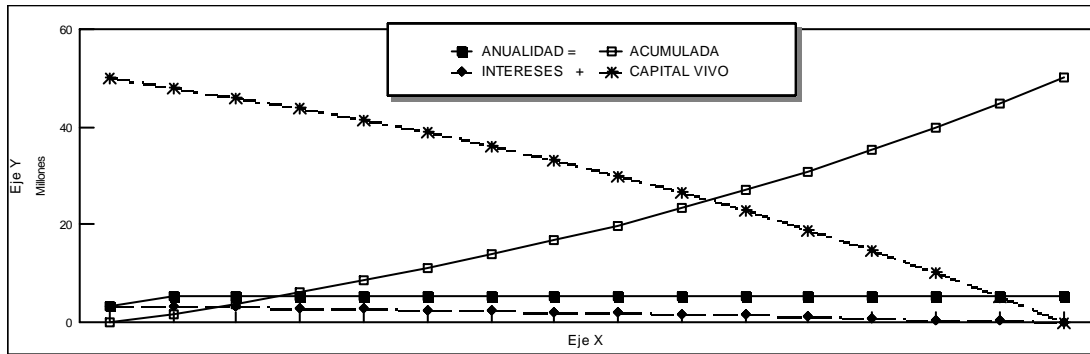
- **término amortizativo**

$$a = C_0 * i + F$$

AMORTIZACIÓN CON INTERESES ANTICIPADOS, los intereses se pagan al principio de cada período en vez de al final. La relación entre el tipo de interés anticipado (i^*) y el tipo ordinario o

vencido (i) se obtiene de: $1 - i^* = (1 + i)^{-1}$

MÉTODO ALEMÁN, los términos amortizativos son constantes (a), anotando con C_0^* el capital prestado y con C_0 el capital neto. $C_0 = C_0^* - C_0^* * i = C_0^* * (1 - i^*)$



- ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA

$$C_0^* = [a]^* [(1 - (1 - i^*)^n)] / [i^*] = a * \ddot{a}_{n|i^*}$$

- SALDO DE LA OPERACIÓN:

métodos: - prospectivo

$$C_s^* = [a]^* [(1 - (1 - i^*)^{n-s})] / [i^*]$$

- recurrente

$$C_s^* = (C_{s-1} - a) * (1 - i^*)^{-1}$$

- **término amortizativo**

$$a = [C_s^* * i] + [C_{s-1}^* - C_s^*]$$

- cuota de intereses

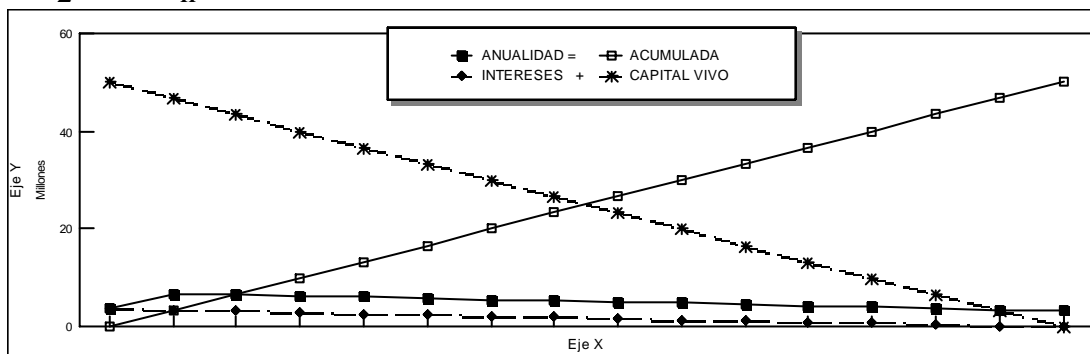
$$I_{s+1}^* = C_s^* * i$$

- cuota de amortización

$$A_s^* = C_{s-1}^* - C_s^*$$

MÉTODO DE CUOTAS DE AMORTIZACIÓN CONSTANTES, se verifica:

$$A_1^* = A_2^* = \dots = A_n^* = A^*$$



- ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA

$$A^* = C_0^* / n$$

- SALDO DE LA OPERACIÓN:

$$C_s^* = (n - s) * A^*$$

- **término amortizativo**

$$a_s = I_{s+1}^* + A^* = A^* * [1 + (n - s) * i^*]$$

- cuota de intereses

$$I_{s+1}^* = C_s^* * i^* = (n - s) * A^* * i^*$$

- cuota de amortización

$$A^* = \text{constante}$$

- **capital amortizado:**

$$M_s^* = s * A^*$$

AMOTIZACIÓN CON LOS INTERESES FRACCIONARIOS, los intereses del préstamo se pagan fraccionariamente a lo largo del año ($I_{s,1}=I_{s,2}=I_{s,3}=...=I_{s,m}=C_{s-1} * i_m$) mientras que la amortización se va realizando anualmente (A_s). En el contrato figura el tanto de frecuencia m (j_m), por lo que el rédito

$i_m = j_m / m$ y el tanto efectivo anual será $i = (1 + i_m)^m - 1$. Esto es:

Si $h = 1, 2, ..., m-1$ entonces $a_{s,h} = I_{s,h}$

Si $h = m$ entonces $a_{s,h} = I_{s,h} + A_s$

- ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA $C_0 = \sum_{s=1}^n (C_{s-1} * i + A_s) * (1 + i)^{-s}$

- SALDO DE LA OPERACIÓN POR EL MÉTODO FRANCÉS:

- **término amortizativo:** $a = C_{s-1} * i + A_s$

- cuota de intereses $I_{s,h} = C_{s-1} * i_m$

AMORIZACIÓN CON PERÍODOS DE CARENIA, se aplica a financiar inversiones reales, suele ser conveniente que la amortización del préstamo se efectúe en los períodos en los que la inversión genera rendimientos; a los prestatarios les interesa pagar poco o nada al principio y hacerlo con más intensidad en los períodos en los que la inversión está en pleno rendimiento

CARENIA DE CUOTAS DE AMORTIZACIÓN, se abonan únicamente los intereses (como el método americano simple en su primera fase, esto es, $a_1 = a_2 = ... a_n = C_0 * i$) y las cuotas de amortización son nulas ($A_1 = ... = A_n = 0$)

CARENIA TOTAL de todo el término amortizativo, esto es, $a_1 = ... a_n = 0$

- SALDO DE LA OPERACIÓN: $C_s = C_0 * (1 + i)^s$

PRÉSTAMOS HIPOTECARIOS, se caracterizan en que el prestatario hipoteca bienes inmuebles como garantía de la operación, además los gastos son elevados:

- inicio: Notario, tasación del bien
- final: cancelación de la hipoteca
- anticipación de la cancelación con penalización del 1% al 2.5%

TIPO DE INTERÉS APLICADO:

- FIJO: en el contrato figura el tanto nominal j_{12} ($j_{12} = 12 * i_{12}$; $i = (1 + i_m)^m - 1$)

- VARIABLE: el tipo de interés no se conoce en el momento inicial.

- Referencias más usadas:

- mercado interbancario: MIBOR, LIBOR, PIBOR

- de la CECA

- Preferencial, los aplican las entidades a sus mejores clientes

- Cálculo del tipo:

$i_s = i_{Ras} + i_d$; i_s : rédito aplicado al préstamo; $i_{R,s}$: tipo de referencia; i_d : margen o preferencial, es fijo.

PRÉSTAMOS QUE SE VALORAN CON MÁS DE UN TANTO, es una renta que se valora a varios tantos.

- ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA: $C_0 = a * [a_{s|i_1} + (1 + i_1)^{-s} * a_{n-s|i_2}]$

- SALDO DE LA OPERACIÓN, transcurridos r períodos:

- si $r < s$ entonces $C_r = C_0 * (1 + i_1)^r - a * a_{s|i_1}$

- si $r > s$ entonces $C_r = a * a_{n-r|i_2}$

TEMA IX. PRÉSTAMOS (II)

TANTOS EFECTIVOS

- PRESTATARIO:

- GASTOS:

- MOMENTO INICIAL:

- comisión de apertura (de .05 al 2.5%)

- estudio del préstamo

- corretaje

- si es hipotecario:

- notariales

- registro de propiedad

- tasación

- Impuesto de Actos Jurídicos

- gestaría

- DURANTE:

- gastos de administración

- FINAL:

- notariales

- registro de propiedad

- Impuesto de Actos Jurídicos

- CANCELACIÓN ANTICIPADA (a petición del prestatario):

- de 1 al 2.5% del capital vivo

- TANTO:

$$C_0 - G_0 = \sum_{s=1}^n a_s^0 * (1 + i_0)^{-s} + G_n * (1 + i_0)^{-n} \Rightarrow \text{se despeja } i_0$$

TAEC

PRESTAMISTA:

- GASTOS: no existen

- TANTO: TAE

TEMA X. EMPRÉSTITOS AMORTIZADOS POR SORTEO

GENERALIDADES, son una modalidad especial de préstamos. Como se necesitan cuantías elevadas de capital, es difícil encontrar un prestatario (en este caso, *obligacionistas*), por lo que se recurre a dividir este capital en pequeños préstamos (*obligaciones o bonos si no supera los 5 años*) que tienen los siguientes derechos:

- **cupones**: perciben los intereses en las fechas previstas
- **amortización**: perciben el reembolso del capital que representa la obligación en la fecha correspondiente y con el método aplicado
- se pueden **transmitir sin consentimiento** del emisor
- el emisor (prestatario) de la obligación actúa **sobre el conjunto** de los obligacionistas como si se tratase de un sólo prestamista

CLASIFICACIÓN, ATENDIENDO:

- AL PAGO DE INTERESES:

- **Cupón vencido**, cuando se paga **al final** de cada período
- **Cupón corrido**, cuando se paga en un **plazo inferior** al período
- **Cupón anticipado**, cuando se paga **al principio** de cada período
- **Cupón Cero**, **NO se pagan** cupones durante la vida de la obligación, percibiendo en el momento de la amortización los intereses acumulados

- A LA FORMA DE AMORTIZACIÓN:

- **Única total**, todas las obligaciones de una vez
- **Por sorteo**, en varios momentos y se efectúa un sorteo para decidir las obligaciones concretas; se amortizan los títulos completos
- **Por reducción de nominal**, en varios momentos, se amortizan todos los títulos pero **NO** completamente, esto es, parte de ellos.
- **Deuda Perpetua**, únicamente se pagan intereses
- **Compra en Bolsa**, cuando el emisor retira los títulos de la circulación mediante su compra directa en los mercados bursátiles

- AL VALOR DE EMISIÓN:

V = precio diferente; C = cuantía nominal

- **A la par**, cuando $V = C$
- **Bajo par**, cuando $V < C$; aparece la *prima de emisión*: $P_e = C - V$
- **Sobre par**, cuando $V > C$

- AL VALOR DE REEMBOLSO

- **Por el nominal**, se devuelve la cuantía que figura en el título
- **Con prima de amortización**, cuando el emisor entrega una cuantía adicional P a cada título al amortizarlo
- **con LOTE**, cuando el emisor reparte una cuantía adicional **a repartir** entre una parte de los títulos que se amortizan en cada sorteo, esto es: se reparte una gran cuantía entre los títulos que se van a amortizar en un determinado sorteo. La diferencia entre:
 - Prima, se reparte una cantidad P adicional a todos los títulos
 - Lote, se reparte una cantidad (L/M) entre los títulos que se amortizan

- A LAS CARACTERÍSTICAS OFERTADAS:

- **Normales o puros**, comprende pagos de intereses y amortizaciones
- **Comerciales**, con contraprestaciones adicionales que modifican su estructura básica

EMPRÉSTITOS NORMALES CON PAGO DE CUPONES VENCIDOS

Notación: $C * N$ = Nominal del empréstito; C = cuantía nominal; N = nº de obligaciones
 N_s = nº de obligaciones en circulación después de haberse realizado s sorteos
 V = Valor de emisión de cada obligación
 i_s = tipo de interés aplicado en el período s
 n = duración del empréstito
 a_s = término amortizativo del período s
 M_s = nº de obligaciones amortizadas en el período s

TIPO I (a = constante. ; tantos = constante) (coincide con el método francés)

Ejemplo con términos amortizativos constantes

AÑO	AMORTIZACIÓN DE T			AMORTIZACIÓN DEL EMPRÉSTITO				DATOS:	
	PARCIAL	CUMULADA	PENDIENTE	INTERESES	AMORTIZACIÓN		ANUALIDAD	PENDIENTE	interés
					NO REDONDEADA	REAL	NO REDONDEADA	REAL	
0			100000						9.00%
1	30505	30505	69495	90 000 000.00 Pts	305 054 757.33 Pts	305 050 000.00 Pts	395 054 757.33 Pts	395 050 000.00 Pts	cuantía 10 000 Pts
2	33251	63756	36244	62 545 500.00 Pts	332 509 257.33 Pts	332 510 000.00 Pts	395 054 757.33 Pts	395 055 500.00 Pts	tiempo 3
3	36244	100000	0	32 619 600.00 Pts	362 435 157.33 Pts	362 440 000.00 Pts	395 054 757.33 Pts	395 059 600.00 Pts	valor ACTUAL 2.531295
									i" 8.00%

- Estructura del término amortizativo (a): $a = C * i * N_{s-1} + C * M_s$

- Ecuación de equivalencia financiera $C * N = a * \frac{1}{i} [1 - (1+i)^{-n}]$

- Plan de amortización

$$M_{s+1} = M_1 * (1+i)^s = M_s * (1+i) \quad M_1 = N / \frac{1}{i} [1 - (1+i)^{-n}]$$

TIPO II (a = variable ; tantos = constante)

Ejemplo con el mismo número de títulos amortizados

AÑO	AMORTIZACIÓN DE T			AMORTIZACIÓN DEL EMPRÉSTITO				DATOS:	
	PARCIAL	CUMULADA	PENDIENTE	INTERESES	AMORTIZACIÓN		ANUALIDAD	PENDIENTE	interés
					NO REDONDEADA	REAL	NO REDONDEADA	REAL	
0			100000						9.00%
1	25000	25000	75000	90 000 000.00 Pts	250 000 000.00 Pts	250 000 000.00 Pts	340 000 000.00 Pts	340 000 000.00 Pts	cuantía 10 000 Pts
2	25000	50000	50000	67 500 000.00 Pts	250 000 000.00 Pts	250 000 000.00 Pts	317 500 000.00 Pts	317 500 000.00 Pts	tiempo 4
3	25000	75000	25000	45 000 000.00 Pts	250 000 000.00 Pts	250 000 000.00 Pts	295 000 000.00 Pts	295 000 000.00 Pts	valor ACTUAL 3.23972
4	25000	100000	0	22 500 000.00 Pts	250 000 000.00 Pts	250 000 000.00 Pts	272 500 000.00 Pts	272 500 000.00 Pts	i" 8.00%

- Estructura del término amortizativo (a): $a_s = C * i * N_{s-1} + C * M_s$

- Ecuación de equivalencia financiera $C * N = \sum_{s=1}^n a_s * (1+i)^{-s}$

TIPO III (a = variable; tantos = variable)

Ejemplo de progresión geométrica al 2.5%

AÑO	AMORTIZACIÓN DE T			AMORTIZACIÓN DEL EMPRÉSTITO				DATOS:	
	PARCIAL	CUMULADA	PENDIENTE	INTERESES	AMORTIZACIÓN		ANUALIDAD	PENDIENTE	interés
					NO REDONDEADA	REAL	NO REDONDEADA	REAL	
0			100 000						9.00%
1	20 812	20 812	79 188	90 000 000.00 Pts	208 122 579.96 Pts	208 120 000.00 Pts	298 122 579.96 Pts	298 120 000.00 Pts	cuantía 10 000 Pts
2	23 431	44 243	55 757	71 269 200.00 Pts	234 306 444.46 Pts	234 310 000.00 Pts	305 575 644.46 Pts	305 579 200.00 Pts	tiempo 4
3	26 303	70 546	29 454	50 181 300.00 Pts	263 033 735.57 Pts	263 030 000.00 Pts	313 215 035.57 Pts	313 211 300.00 Pts	q= 1.025
4	29 454	100 000	0	26 508 600.00 Pts	294 536 811.46 Pts	294 540 000.00 Pts	321 045 411.46 Pts	321 048 600.00 Pts	A(1;1.025) 3.35

- Estructura del término amortizativo (a): $a_s = C * i_s * N_{s-1} + C * M_s$

- Ecuación de equivalencia financiera $C * N = \sum_{s=1}^n a_s * \prod_{h=1}^s (1+i_h)^{-1}$

- Plan de amortización $C * N = C * N_{s-1} * (1+i_s) - a_s$

CON INTERESES FRACCIONARIOS

Notación: $i_m = j_m / m$; $P(\text{cupón}) = C * i_m$

- Estructura del término amortizativo (a):

- para $h = 1, 2, \dots, m-1 \Rightarrow a_{s,h} = C + i_m * N_{s-1}$

- para $h = m \Rightarrow a_{s,m} = C + i_m * N_{s-1} + C * M_s$

EMPRÉSTITOS COMERCIALES CON PAGO DE CUPONES VENCIDOS

CARACTERÍSTICAS Y NOTACIÓN:

- UNILATERALES, cuando las entrega una de las partes (el emisor) y las reciben terceras personas (bancos):

- **Gastos iniciales ($G_{0,e}$)**: gastos de escritura, publicidad, comisiones, imprenta, notariales, de Registro,...
- **Gastos finales ($G_{n,e}$)**: gastos al levantar la hipoteca, garantías,...
- **Gastos administrativos**:
 - por pago de cupones (g_1)
 - por pago de amortización (g_2)
- **Impuestos**

- BILATERALES, las entrega una de las partes (emisor) y la recibe otra persona (obligacionista)

- **Prima de emisión (P_e)**
- **Prima de amortización (P ó P_s)**: $C' = C + P$
- **Lote (L o L_s)**
- **Amortización seca o ex-cupón**, los títulos pierden SÓLO el cupón de la amortización.

AMORTIZACIÓN DE TÍTULOS													
AMORTIZACIÓN DEL EMPRÉSTITO													
AÑO	PARTIAL	ACUMULADO	PENDIENTE	INTERESES	AMORTIZACIÓN	PRIMAS AMORT.	g1 Adminis.	g2 Reemb.	ANUALIDAD	PENDIENTE	DATOS:	interés	9.00%
					NO RECONOZCA	REAL			NO RECONOZCA	REAL			
1	10166	10666	110000	90 000 000.00 Pts	100 000 000.00 Pts	2 173 200.00 Pts	270 100.00 Pts	221 667.57 Pts	100 167 804 Pts	201 324 868 Pts	1010 100 000 Pts	cuantía	10 000 Pts
2	11145	22711	77299	80 220 000.00 Pts	118 448 782.55 Pts	2 369 000.00 Pts	240 161.80 Pts	241 537.43 Pts	100 167 804 Pts	201 521 899 Pts	811 140 000 Pts	tiempo	7
3	12112	35823	64377	69 560 000.00 Pts	129 128 881.77 Pts	2 582 400.00 Pts	218 180.30 Pts	263 406.56 Pts	100 167 804 Pts	201 734 507 Pts	772 190 000 Pts	valor ACTUAL	5.03295
4	14175	49998	50302	57 339 300.00 Pts	140 767 279.39 Pts	2 815 000.00 Pts	173 117.90 Pts	287 136.56 Pts	100 167 804 Pts	201 965 254 Pts	643 770 000 Pts	i'	8.00%
5	15143	65141	34959	45 271 800.00 Pts	153 437 477.59 Pts	3 068 600.00 Pts	135 115.40 Pts	313 004.04 Pts	100 167 804 Pts	202 218 219 Pts	513 120 000 Pts	g1 Adminis.	0.30%
6	16125	81266	18233	31 463 100.00 Pts	167 255 982.73 Pts	3 345 200.00 Pts	114 189.30 Pts	341 202.21 Pts	100 167 804 Pts	202 503 892 Pts	349 190 000 Pts	g2 Reemb.	0.20%
7	18233	100001	0	15 409 700.00 Pts	182 324 785.88 Pts	3 646 600.00 Pts	49 123.10 Pts	371 941.05 Pts	100 167 804 Pts	202 817 471 Pts	112 130 000 Pts	i'	9.00658%
											0 Pts	valor ACTUAL i'	5.03144

NORMALIZACIÓN:

- PASOS:

- 1 - Plantear la anualidad comercial
- 2 - Efectuar operaciones para que todas las modificaciones (de arriba) queden absorbidas
- 3 - Obtener la nueva anualidad (aparecerá i' , a' , C')
- 4 - Establecer el plan de amortización con normalidad

- EJEMPLOS:

- **Con Prima de amortización y anualidad constante ($P' = cte$)**

$$\text{de: } a = C * i * N_{s-1} + C * M_s + P * M_s \quad C' = C + P$$

$$\text{resulta: } a = C * i * N_{s-1} + C' * M_s$$

se divide toda la ecuación por C/C' para deshacerme de C , resultando:

$$a' = a * C/C' \quad i' = i * C/C'$$

$$\text{y la ecuación: } a' = C' * i' * N_{s-1} + C' * M_s$$

- **Con Lote (L) y gastos de administración (g) constantes**

(g_1 de cupones y g_2 de amortizaciones)

$$a = C * i * N_{s-1} * (1 + g_1) + (C * M_s + L) * (1 + g_2)$$

se divide por $(1 + g_2)$ y se pasa L a la otra parte de la igualdad, resultando:

$$a' = [a / (1 + g_2)] - L \quad i' = i * (1 + g_1) / (1 + g_2)$$

$$\text{y la ecuación: } a' = C' * i' * N_{s-1} + C' * M_s$$

EMPRÉSTITOS CON INTERESES ACUMULADOS (CUPÓN CERO u obligaciones americanas). Van acumulando los intereses mediante la ley de capitalización compuesta y se pagan con la amortización

$$I_s = C * M_s * [(1 + i)^s - 1]$$

TIPO I (a = constante. ; tantos = constante)

- Estructura del término amortizativo (a): $a = C * M_s * (1 + i)^s$

- Ecuación de equivalencia financiera $a = C * N / a_{n|i}$

- Plan de amortización

$$M_1 = a / [C * (1 + i)];$$

$$M_{s+1} = M_1 * (1 + i)^{-s} = M_s * (1 + i)^{-1}$$

TIPO II (a = variable ; tantos = constante)

- Estructura del término amortizativo (a):

$$a_s = C * M_s * (1 + i)^s$$

- Ecuación de equivalencia financiera

$$C * N = \sum_{s=1}^n a_s * (1 + i)^{-s}$$

TIPO III (a = variable; tantos = variable)

- Estructura del término amortizativo (a):

$$a = C * M_s * \prod_{h=1}^s (1 + i_h)$$

- Ecuación de equivalencia financiera

$$C * N = \sum_{s=1}^n a_s * \prod_{h=1}^s (1 + i_h)^{-1}$$

DURACIÓN O VIDA DE LOS TÍTULOS, al amortizarse por sorteo, no se conoce la duración o vida que va a tener cada título; únicamente se conoce el número de títulos que se amortizan en cada sorteo; por tanto, la duración o vida de un título es una variable aleatoria. Para hallar la duración o vida de los títulos se puede utilizar:

VIDA MEDIA (m_n), es una media ponderada

$$m_n = [\sum_{s=1}^n s * M_s] / N \quad ; N = \text{obligaciones pendientes en } s; M_s = \text{obligaciones amortizadas en } s$$

VIDA MATEMÁTICA O FINANCIERA, es la duración x a la que habría que amortizar todos los títulos vivos del empréstito para que sea financieramente equivalente al plan de amortización previsto valorando al tanto de mercado i''

$$N_s * (1 + i'')^{-x} = \sum_{s=1}^n M_s * (1 + i'')^{-s} \Rightarrow x$$

DURACIÓN DE MACAULAY (D_{mac}), es la media ponderada de los vencimientos en los que se reciben cupones y el valor del reembolso. Se utiliza para analizar la variación del precio de un título al variar el tipo de interés

$$i^* = \text{TIR}$$

El precio del título: $P = \sum_{s=1}^n C_s * (1 + i^*)^{-s}$

TEMA XI. OTRAS MODALIDADES DE EMPRÉSTITOS

AMORTIZACIÓN POR REDUCCIÓN DE NOMINAL, todos los títulos están vivos hasta el final de la operación, a cada uno de ellos se le va amortizando una parte de su valor nominal en cada período.

$$\begin{aligned} \text{Durante la operación:} \quad I_s &= C_{s-1} * i * N; & a_s &= (C_{s-1} * i + A_s) * N \\ \text{Al final de la operación:} \quad C_{n-1} &= A_n \text{ por ser } C_n = 0 & Cs &= (n - s) / s * N \end{aligned}$$

CASO PARTICULAR: $A_1=A_2=A_3= \dots = A_n = A = C / n$

EMPRÉSTITOS CON AMORTIZACIÓN ÚNICA, todas las obligaciones se amortizarán al finalizar los n períodos de vida del empréstito y sólo se perciben los intereses durante la operación. Es similar al método americano simple de préstamos. $a_s = C * i * N$ para $s = 0, 1, 2, \dots, n-1$ $a_n = C * i * N + C * N$

DEUDA PÚBLICA (BONOS Y OBLIGACIONES DEL ESTADO), son empréstitos emitidos por el Estado y otras Corporaciones Públicas y reciben el nombre de Deuda Pública.

$$\begin{array}{ccccccc} P & & I & I & I & I & I+100 \\ /---- \dots /-----/-----/-----/ & \dots & / & & & & \\ -t & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & n \end{array}$$

CLASES: Bonos del Estado a 3 y 5 años, Obligaciones del Estado a 10, 15, 30 años

CARACTERÍSTICAS:

- Nominal de 10.000 ptas.
- los intereses o cupones se pagan anualmente
- la amortización se realiza por el nominal anualmente
- las emisiones son competitivas, mínimo de 10.000 ptas. y máximo de 25 millones.
- al efectuar la petición ha de depositarse un mínimo del 2%
- cada emisión se divide en varios tramos, poniéndose en circulación los días 15 de cada mes. Se produce un desfase temporal entre el momento de la suscripción y el momento en que teóricamente empieza la operación (t días).
- los intereses se declaran en el IRPF y se retiene un 25%

ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA: $P = (1 + i)^{-t/365} * [I * a_{\overline{n}|i} + 100 * (1 + i)^{-n}]$

P = cotización o precio que se ha de abonar por cada 100 ptas. nominales; t = nº días de desfase;

n = nº de años que dura la emisión; I = intereses anuales por cada 100 ptas. nominales; i = interés medio ó TAE

OBLIGACIONES SEGREGABLES (STRIPS), es segregable cuando puede descomponerse en $n + 1$ operaciones simples o del tipo cupón cero de manera que se negocia de forma independiente cada cupón y el valor de reembolso

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & P_{01} & I & \\ & & & & | & /-----/ & \\ & & & & | & 0 & 1 \\ & & & & | & \dots & \\ & & & & | & P_{0n} & I \\ P & I & & I + C & | & /-----/----- \dots / & \\ /-----/----- \dots / & \Rightarrow & \{ & & | & 0 & n \\ 0 & 1 & & n & | & P'_{0n} & C \\ & & & & | & /-----/----- \dots / & \\ & & & & | & 0 & n \end{array}$$

Cuando el título se ha segregado, cada parte se coloca en el mercado por el procedimiento llamado "al descuento"; el comprador para ahora $P_{0,s}$ unidades monetarias a cambio de recibir I

dentro de s períodos. El rendimiento implícito es i_0 de contado. $P_{0,s} = I * (1 + i_{0,s})^{-s}$.

Sólo se autoriza la segregación a las emisiones de Deuda del Estado. El calor nominal de cada principal segregado es de 10 millones y el de cada cupón de 1000 ptas. aunque el importe mínimo de cada operación con cupón es de 1 millón.

Los streaps aparecen para atender la demanda de los gestores de carteras de renta fija que desean invertir en títulos del tipo cupón cero para eliminar el riesgo de reinversión de los cupones.

TRATAMIENTO FISCAL:

- **Lavado del cupón** los inversores residentes, venden los títulos a los NO residentes antes del pago del cupón y los recompran después de pagado, evitando la retención.
- los Bonos cupón cero incrementan el patrimonial
- los Bonos con cupones, tienen rendimiento mobiliario y está sujeto a retención

EMPRÉSTITOS NO AMORTIZABLES (DEUDA PERPETUA), el emisor se compromete a pagar intereses de forma indefinida ya que no tiene obligación de amortizarlo.

$$a = C * i * N \quad V_s = i / i'; \quad i' = \text{tanto del mercado}$$

VALOR DEL EMPRÉSTITO Y DE UN TÍTULO, cuando han transcurrido s años de la vida del empréstito y el tanto de mercado es i' , distinto de i con el que se concertó la operación, el valor del empréstito vivo (V_s^T) y el valor de un título V se obtienen, cuando los términos amortizativos:

- variables: $V = V_s^T / N_s$
- constantes: $V_s = a / N_s * a_{n-s}|i'$

TANTOS EFECTIVOS, compara financieramente lo que real o efectivamente ha recibido y entregado cada parte.

TANTO EFECTIVO PARA EL EMISOR (i_e), tiene unos gastos iniciales para poner en circulación el empréstito, durante la operación tiene otros gastos administrativos que incluye en su anualidad y al final, tiene otros gastos

$$V * N - G_{0,e} = \sum_{s=1}^n a_s * (1 + i_e)^{-s} + G_n * (1 + i_e)^{-n} \Rightarrow i_e$$

Empréstito - gastos iniciales = anualidades + gastos finales actualizados

TANTO EFECTIVO MEDIO PARA EL CONJUNTO DE LOS OBLIGACIONISTAS (i_0), los obligacionistas desembolsan $V * N$ pesetas y reciben los términos amortizativos netos

$$V * N = \sum_{s=1}^n a_s^0 * (1 + i_e)^{-s} \Rightarrow i_0; \quad a_s^0 = \text{anualidad comercial}$$

Pero i_0 será la rentabilidad bruta, pues se aplica un 25% de retención; si son del tipo cupón cero no tributan a lo largo de la vida de las obligaciones

TANTO DE RENTABILIDAD DE UNA OBLIGACIÓN (i_r), depende del sorteo en que resulte amortizado y no coincide con el tanto medio para el conjunto de los obligacionistas cuando hay características comerciales. Se desembolsan V ptas. y se reciben los cupones $C * i$ durante r años y el reembolso C_r cuando se amortiza.

$$V = a_{r|i_r} + C_r * (1 + i_r)^{-r} \Rightarrow i_r$$

TEMA XIV. CONSTITUCIÓN DE CAPITAL

Son operaciones compuestas de prestación y contraprestación única al final de la misma. Tienen por objeto la formación de un capital (C_n) mediante la entrega de n imposiciones periódicas que reciben la denominación de términos **constitutivos**. El capital (C_n) recibe la denominación de *capital constituido*

IMPOSICIONES PREPAGABLES, desde la última imposición (a_n) hasta la retirada del capital constituido (C_n) transcurre un período completo. Son típicas.

Notación:

Δ_{s+1}^- = Cuota de constitución del período $s+1$.

I_{s+1}^- = Cuota de intereses producidos en el período $s+1$

$$C_0^- \quad C_1^- \quad C_2^- \quad C_s^- \quad C_{n-1}^- \quad C_n^- \quad \Delta_s = I_s + a_{s-1}$$

$$\begin{array}{ccccccc} a_0 & a_1 & a_2 & a_s & & a_{n-1} & \\ /-----/-----/-----/ & & & & & & \\ 0 & 1 & 2 & s & \dots & n-1 & n \end{array} \quad \begin{array}{l} a_s = \text{aportaciones de cada período} \\ i = \text{el tanto de valoración} \end{array}$$

- ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA $C_n = \sum_{s=0}^{n-1} a_s * (1+i)^{n-s}$

- SALDO DE LA OPERACIÓN, MÉTODOS:

- retrospectivo $C_s^- = \sum_{r=0}^{s-1} a_r * (1+i)^{s-r}$

- recurrente $C_{s+1}^- = (C_s^- + a_s) * (1+i)$
 $\Delta_{s+1}^- = I_{s+1}^- + a_s$

- CASOS PARTICULARES:

- **Términos constitutivos constantes:** $a_0 = a_1 = \dots = a_{n-1} = a$

- **Ecuación de equivalencia** $C_n = a * \ddot{s}_{n|i}$

- **Saldo de la operación, métodos:**

- retrospectivo $C_n^- = a * \ddot{s}_{n|i}$

- recurrente $\Delta_{s+1}^- = \Delta_s^- * (1+i)$

- **Cuotas de constitución constantes:** $\Delta_0^- = \Delta_1^- = \dots = \Delta_{n-1}^- = \Delta^-$

- **Ecuación de equivalencia** $C_n = n * \Delta^-$

- **Términos constitutivos:**

- primero: $a_0 = \Delta^- / (1+i)$

- siguientes: $a_s = a_{s-1} - [(\Delta^- * i) / (1+i)]$

IMPOSICIONES POSPAGABLES, coincide la última imposición con la retirada del capital constituido. Se usa para la renovación de equipos industriales.

Notación:

Δ_s = incremento de capital constituido durante el período s . Sumandos:

I_s = Intereses que produce en el período s el capital constituido en C_{s-1}

a_s = aportación al final del período s

C_1	C_2	C_s	C_{n-1}	C_n	$\Delta_s = I_s + a_s$
a_1	a_2	a_s	a_{n-1}	a_n	a_s = aportaciones de cada período
/-----/-----/-			...-----/-----/		i = el tanto de valoración
1	2	s	n-1	n	Al final: $C_0 = 0$ y $a_1 = \Delta_1 = C_1$

- ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA $C_n = \sum_{s=1}^n a_s * (1+i)^{n-s}$

- SALDO DE LA OPERACIÓN, MÉTODOS:

- retrospectivo $C_s = \sum_{r=1}^s a_r * (1+i)^{s-r}$

- recurrente $C_s = C_{s-1} * (1+i) + a_s$

- CASOS PARTICULARES:

- **Términos constitutivos constantes:** $a_1 = \dots = a_n = a$

- **Ecuación de equivalencia** $C_n = a * S_{n|i}$

- **Saldo de la operación, métodos:**

- retrospectivo $C_s = a * S_{s|i}$

- recurrente $C_s = C_{s-1} * (1+i) + a$

- **Cuotas de constitución constantes:** $\Delta_1 = \dots = \Delta_n = \Delta$

- **Ecuación de equivalencia** $C_n = n * \Delta$

- **Términos constitutivos:**

- primero: $a_1 = \Delta = C_n / n$

- siguientes: $a_{s+1} = a_s - (\Delta * i)$

APLICACIÓN A LOS PLANES DE PENSIONES. TIPOS:

- Planes de aportación **definida**, la incógnita es la prestación o prestaciones
- Planes de prestación **definida**, la incógnita de las aportaciones

FONDO DE CAPITALIZACIÓN (F_r), es el capital que recibirá transcurridos r años.

DERECHO CONSOLIDADO es el saldo retrospectivo obtenido.

$$F_r = \sum_{k=1}^r [a_k * \prod_{h=k+1}^r (1+i_h)]$$

CASOS PARTICULARES:

- **Aportaciones y tipo de interés constantes:** $F_r = a * S_{r|i}$

- **Aportaciones crecientes geométricamente de razón q y tipo constante**

$$a_r = a * q^{r-1} \quad F_r = S(a;q)_r|i = a * [(1+i)^r - q^r] / [1+i-q]$$

PRESTACIONES al entregar al beneficiario:

- un capital igual al importe del derecho consolidado
- una renta vitalicia o temporal
- una combinación de capital y renta

TEMA XV. OPERACIONES BURSÁTILES

Son operaciones bursátiles a las realizadas en las Bolsas de Valores.

Se distinguen dos mercados:

- El Mercado primario o de emisión de acciones, obligaciones, Deuda Pública
- El Mercado secundario o continuo, en el que se negocian los valores.

En estos mercados se integran:

- Las Bolsas de valores (oficial): operaciones bursátiles generalmente.
- Mercado de Derivados (oficial): futuros y opciones
- Mercado AIAF (no oficial): pagarés, bonos matador y algunas emisiones de obligaciones

LAS BOLSAS DE VALORES

En España existen 4 Bolsas de Valores, cada una de ellas tiene una sociedad rectora cuyos accionistas:

- Sociedad de Valores de Bolsa (SVB), realiza operaciones por cuenta propia y ajena
- Agencia de Valores de Bolsa (ASB), realiza operaciones por cuenta ajena

SISTEMA DE CONTRATACIÓN

- por corros
- Mercado Continuo que utiliza el SIBE, interconectando las 4 Bolsas españolas

La liquidación bursátil es gestionada por el Servicio de Compensación y Liquidación de Valores (SLC), cumpliendo la función de registro central de anotaciones en cuenta.

OPERATIVA BURSÁTIL

El precio de las acciones se indica por unidad o título. Formación del precio, la variación mínima:
1 ptas. para precios < 1000, 5 ptas. para 1000 < precios < 5000, 10 ptas. para 5000 < precios

La orden contiene:

- Clase de orden: compra o venta
- Denominación del valor
- Número de títulos
- Condiciones:
 - Precio:
 - Orden de mercado: "por lo mejor", ningún límite
 - Limitado: precio máximo (compras) o mínimo (ventas)
 - On stop: se compra en el caso en que el precio rebase un límite fijado previamente y se vende si el precio baja al límite establecido
- Ejecución:
 - Ejecutar o anular: se rechaza la orden si no se ejecuta en el momento de ser introducida en el mercado
 - Ejecución mínima: se rechaza si no se negocia un volumen mínimo prefijado
 - Mantenedas: las órdenes no ejecutadas completamente, se mantienen para la siguiente sesión
 - Con volumen oculto: una orden con un volumen que el resto de mercado NO puede ver y que irá saltando al mercado a medida que la parte de la propuesta se vaya negociando
- Plazo: Orden día, Hasta fin de mes, Hasta fecha determinada

Se clasifican en : contado, crédito al mercado, a plazo.

OPERACIONES AL CONTADO, cuando las obligaciones recíprocas de los contratantes deben consumarse el mismo día de la celebración del contrato

- Notación:**
- N = nº de títulos
 - P = Precio del título
 - c_0 = comisión para SVB o AVB
 - c_a = canon bursátil = canon por operaciones + canon SCL
 - P_e = precio efectivo
 - E = cuantía efectiva a desembolsar en la compra ó percibir en la venta
- * C = Nominal de título de las obligaciones
- * ct_z = cotización del título (precio 100 ptas. nominales); $P = c * ct_z / 100$

COMPRA DE ACCIONES

$$E = N * P * (1 + c_0) + c_a \quad E = N * P_e$$
$$P_e = P * (1 + c_0) + (c_a / N)$$

VENTA DE ACCIONES

$$E = N * P * (1 - c_0) - c_a$$
$$E = N * P_e$$
$$P_e = P * (1 - c_0) - (c_a / N)$$

OPERACIONES CON CRÉDITO AL MERCADO, el comprador, o el vendedor, entrega sólo una parte del importe total de la operación, obteniendo un crédito en dinero, o en títulos, a través del agente mediador. La Asociación Rectora de cada Bolsa selecciona los valores. Las órdenes son múltiplos de 500.

Características:

- generales:
 - suelen ser operaciones a corto plazo
 - si predominan operaciones:
 - vendedoras, el mercado vaticina tendencia a la baja
 - compradoras, el mercado vaticina tendencia a la alta
- el comprador:
 - recibe un crédito para pagar parte (75 al 50%) del importe total de la compra de acciones y deposita el resto (25 al 50%) como garantía.
 - Recibe dividendos y derechos. La garantía es el crédito
 - prevé que el precio va a subir a corto plazo y desea rentabilizar al máximo, pero si bajan se amplificará su pérdida
- el vendedor:
 - recibe, en préstamo, acciones que no posee y las vende al contado.
 - Se cargan los dividendos.
 - prevé que el precio de esas acciones va a bajar por lo que le interesa vender; como no las tiene, las pide prestadas y las vende con idea de recomprarlas cuando finalice el plazo.

RENTABILIDAD BURSÁTIL

Notación: I = Intereses o dividendos
P₀ = precio efectivo pagado por título, SIN gastos
P₁ = precio al que se vende el título
C = Nominal de un título
c_m = comisión de custodia, se aplica al valor del Nominal
c_o = comisión de SVB ó AVB en tanto por uno
t = tipo impositivo que grava (IRPF)
r = rédito de rentabilidad
i = tanto de rentabilidad
Subíndices x,y: x: e = efectivo
n = nominal
y: b = bruta
n = neta

RENTABILIDAD POR DIVIDENDOS O INTERESES

- Brutas: $r_{e,b} \text{ (efectiva, bruta)} = I / (P * (1 + c_o))$ $r_{n,b} \text{ (nominal, bruta)} = I / C$
- Netas: $r_{e,n} = (I - c_m * C) * (1 - t) / (P * (1 + c_o))$ $r_{n,n} = (I - c_m * C) * (1 - t) / C$

RENTABILIDAD TOTAL, diferencia entre el precio al que se ha adquirido el título y el precio al que se ha vendido. Se va obtener únicamente la rentabilidad efectiva.

INVERSIONES A CORTO PLAZO

$$r_b = [I + (P_1 - P_0)] / P_0 \quad i_n = r_n * 365 / n \quad i_b = r_b * 365 / n$$

$$r_n = [I - (c_m * C) + (P_1 - P_0) * (1 + c_o)] * (1 - t) / (P_0 * (1 + c_o))$$

AMPLIACIÓN DE CAPITAL. El inversor:

- **NO acude:** vende los derechos de suscripción y por cada acción obtiene d ptas.
 $I = D + d$

- **Acude:** suscribe (n) nuevas acciones al precio (P') nuevo por las otras (v) viejas.
Desembolsa por cada acción vieja: $n / v * P'$
 $r_b = [D - (n / v * P') + (P_1 * (1 + (n / v))) - P_0] / P_0$

INVERSIONES A LARGO PLAZO El inversor paga un precio (P_0) al comprarlas y obtiene un precio (P_n) al venderlas, siendo I_s los intereses percibidos en el período s

Ecuación de equivalencia

$$P_0 = \sum_{s=1}^n I_s * (1 + i_e)^{-s} + P_n * (1 + i_e)^{-n}$$

RATIO PER relaciona, cada título, su precio de mercado con el beneficio que produce en un año.

PER = Precio / Beneficio

- Mide:
 - el n° de veces que su precio contiene el beneficio o ganancia.
 - los años que han de transcurrir hasta recuperar el precio del título
 - implícitamente, el nivel de solvencia:
 - PER alto, el mercado paga más por cada peseta de beneficio
 - PER bajo, mayor confianza que proporcionan las acciones

RATIO PLAY-OUT, permite conocer la política de dividendos que sigue la empresa:

$$\text{Play-Out} = \text{Dividendo Repartido} / \text{Dividendo obtenido}$$