

### EJERCICIOS DEL TEMA 3 PROPUESTOS EN EXÁMENES

1. La siguiente tabla nos indica la superficie en  $m^2$  del piso comprado,  $x$ , y la hipoteca pedida en miles de euros,  $y$

$x (m^2)$	50	70	90	120	150	180
$y$ miles euros	48	78	102	120	168	192

La pendiente de la recta de regresión  $b_1$  es: 0.16 b) 1.09 c) 0.87

2. El coeficiente de correlación entre las variables  $X$  e  $Y$ , cuyos datos figuran en la siguiente tabla, es:

- a)  $r = 0.18$   
b)  $r = -0.22$   
c)  $r = -0.15$

$X$	3.8	4.3	5.6	6.2	7.1
$Y$	2	5	6	5	1

**Respuesta: c)  $r = -0.15$**

Explicación: confeccionamos la tabla:

$X$	$Y$	$X^2$	$Y^2$	$X \cdot Y$
3,8	2	14,44	4	7,6
4,3	5	18,49	25	21,5
5,6	6	31,36	36	33,6
6,2	5	38,44	25	31
7,1	1	50,41	1	7,1
27	19	153,14	91	100,8

de donde obtenemos:

$$\begin{aligned}
 a_{10} &= 5,4 & m_{11} &= -0,36 \\
 a_{01} &= 3,8 & m_{20} &= 1,468 \\
 a_{20} &= 30,628 & m_{02} &= 3,76 \\
 a_{02} &= 18,2 & r &= \frac{-0,36}{\sqrt{1,468 \cdot 3,76}} \cong -0,1532 \\
 a_{11} &= 20,16
 \end{aligned}$$

3. La tabla siguiente muestra la distribución conjunta de las variables edad, en años, y peso, en kilogramos, de 30 jóvenes. Entonces, la frecuencia de los jóvenes de 12 años, condicionada por los que pesan entre 40 y 45 kilogramos es:

		$Y(Kg)$					
		20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	
$X$ Años	9	1	2	1	-	-	4
	10	-	1	3	2	-	6
	11	-	1	4	3	1	9
	12	-	-	2	5	4	11
		1	4	10	10	5	$N=30$

**a) 0,8**; b) 0,1; c) 0,1987

Explicación: La frecuencia que se pide es:

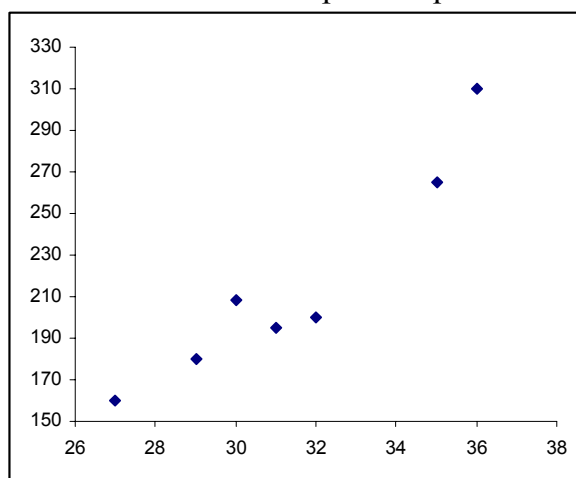
$$\frac{\text{n}^\circ \text{ de jóvenes de 12 años que pesan entre 40 y 45}}{\text{n}^\circ \text{ de jóvenes que pesan entre 40 y 45}} = \frac{4}{5} = 0,8$$

4. La información recogida en la siguiente tabla nos muestra las temperaturas en °C, X, y la venta de botellas de litro de agua, Y, en un supermercado durante los días de la primera semana del mes de agosto de 2003. La recta de regresión de x sobre y:

X	32	35	36	27	30	29	31
Y	200	265	310	160	208	180	195

a) No tiene pendiente; b) Tiene pendiente negativa; **c) Tiene pendiente positiva**

Explicación: Basta observar en la nube de puntos que al aumentar Y, aumenta X.



5.- Las variables  $x_i$  e  $y_i$  de la siguiente distribución conjunta:

$x_i$	1	2	3	4	5
$y_i$	2	4	6	8	10

- a) Son Simétricas.
- b) Están Alineadas.
- c) Están Incorreladas.

**Respuesta:** b) Están Alineadas

6.- La información de la siguiente tabla nos muestra, en millones de euros, los gastos de producción X, y los ingresos totales, Y, de un laboratorio durante los últimos cinco años. ¿Cuál será la varianza residual  $S_r^2$  de Y?

X	1.3	2.5	3.6	5.1	6.8
Y	5.2	6.9	10.7	15.3	19.8

a)  $S_r^2 = 0.8761$  b)  $S_r^2 = 0.231$  c)  $S_r^2 = 0.658$

**Respuesta:** b)  $S_r^2 = 0.231$

Explicación: efectuamos los cálculos:

$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	$x_i y_i$
1,3	5,2	1,69	27,04	6,76
2,5	6,9	6,25	47,61	17,25
3,6	10,7	12,96	114,49	38,52
5,1	15,3	26,01	234,09	78,03
6,8	19,8	46,24	392,04	134,64
<b>19,3</b>	<b>57,9</b>	<b>93,15</b>	<b>815,27</b>	<b>275,2</b>

de donde obtenemos:

$$\bar{x} = \frac{19,3}{5} = 3,86; \bar{y} = \frac{57,9}{5} = 11,58; \overline{x^2} = \frac{93,15}{5} = 18,63; \overline{y^2} = \frac{815,27}{5} = 163,054;$$

$$\overline{xy} = \frac{275,2}{5} = 55,04$$

y de aquí:

$$S_y^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2 = 163,054 - (11,58)^2 = 28,9576$$

$$S_{xy} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} = 55,04 - 3,86 \cdot 11,58 = 10,3412 \rightarrow S_{xy}^2 \cong 106,94$$

$$S_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 18,63 - (3,86)^2 = 3,7304$$

$$\text{de donde } S_{ry}^2 = 28,9576 - \frac{106,94}{3,7304} \cong 0,29$$

Entre las soluciones que se proponen no aparece 0,29. La más cercana es 0,231, así es que elegiremos esa (la diferencia es muy pequeña pues no llega a 7 centésimas de unidad). ¿A qué se debe?. Pues consultando la solución que presenta el equipo docente en su página web (<http://www.uned.es/594040/MECS.html>, examen febrero 2006, 2ª semana, tipo C) puede comprobarse que se ha tomado  $r = 0,996$  cuando es más exacto

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{10,3412}{\sqrt{28,9576 \cdot 3,7304}} \cong 0,995. \text{ Esa milésima de diferencia es la que, finalmente,}$$

produce la diferencia de 7 centésimas comentada antes.

7.- La información recogida en la siguiente tabla indica el precio, en euros, de botellas de vino,  $x$ , y la cantidad de ellas vendidas,  $y$ , en una tienda durante un día.

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_i$	4	2	1	5	6	4	9	6	8	8

El coeficiente de correlación  $r$ , es: a)  $r = 0,79$ ; b)  $r = -0,45$ ; c)  $r = 0,61$

**Respuesta:** a)  $r = 0,79$

Explicación: efectuamos los cálculos:

$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	$x_i y_i$
1	4	1	16	4
2	2	4	4	4
3	1	9	1	3
4	5	16	25	20
5	6	25	36	30
6	4	36	16	24
7	9	49	81	63
8	6	64	36	48
9	8	81	64	72
10	8	100	64	80
55	53	385	343	348

de donde obtenemos:

$$\bar{x} = 5,5 \quad S_{xy} = 5,65$$

$$\bar{y} = 5,3 \quad S_x^2 = 8,25 \rightarrow S_x \cong 2,87$$

$$\overline{xy} = 34,8 \quad S_y^2 = 6,21 \rightarrow S_y \cong 2,49$$

$$\overline{x^2} = 38,5$$

$$\overline{y^2} = 34,3$$

$$\text{y finalmente } r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \cong 0,79.$$