

SEPTIEMBRE 2008. EXAMEN DE RESERVA

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEORICO-CONCEPTUALES

1. Cite y explique brevemente las principales propiedades de la media aritmética.

Respuesta.-

1. La media aritmética de la variable obtenida tras efectuar un cambio de origen y escala en una variable dada, resulta de efectuar el mismo cambio de origen y escala en la media aritmética de la variable dada. En fórmulas:

$$\text{Si } y_i = \frac{x_i - a}{b}, \text{ entonces } \bar{y} = \frac{\bar{x} - a}{b}$$

2. Una consecuencia de la anterior propiedad es que si a una variable se le resta su media aritmética entonces la media aritmética de la nueva variable es cero. Es decir: $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^r (x_i - \bar{x}) n_i = 0$

3. Siempre se cumple que $\sum_{i=1}^r (x_i - \bar{x})^2 n_i \leq \sum_{i=1}^r (x_i - a)^2 n_i$, cualquiera que sea el número a.

4. Establecida una partición de la población en r clases disjuntas, entonces la media de las medias parciales de cada clase, ponderada con el número de individuos de la clase, es la media de la población.

2. Concepto de dependencia funcional y dependencia estadística.

Respuesta.-

Dos variables x_i, y_j son funcionalmente dependientes si existe una función $y = f(x)$ de manera que $y_j = f(x_i)$. Por ejemplo, si un móvil se desplaza con velocidad constante v, entonces el espacio y_i recorrido en un tiempo x_i cumple la relación $y_i = v \cdot x_i$.

Dos variables x_i, y_j son estadísticamente dependientes si la variación de una de ellas condiciona mediante una relación de dependencia aproximada, la variación de la otra. Por ejemplo, si en cada uno de los alumnos matriculados en una asignatura, x_i es el tiempo dedicado a la preparación de la asignatura e y_i es la nota obtenida en el examen.

3. Defina el concepto de Variación Estacional de una serie temporal y cite los métodos de cálculo que conozca de esta componente de una serie temporal.

Respuesta.-

Es la variación de periodo igual o inferior a un año.

Su determinación se efectúa mediante la construcción de un índice, para lo cual existen diversos métodos según el que el carácter de la serie sea multiplicativo o aditivo.

Si es multiplicativo se utiliza el método de la razón a la media móvil mediante el que se eliminan de la serie las componentes tendencia, ciclo y accidental y seguidamente se construye el índice de variación estacional.

Si es aditivo se calcula la tendencia por ajuste mínimo cuadrático, se corrigen a continuación las medias estacionales y finalmente se construye el índice de variación estacional.

4. Describa brevemente los aspectos más importantes al diseñar un cuestionario para una investigación estadística.

Respuesta.-

Deben tenerse en cuenta aspectos como por ejemplo:

- Claridad en el lenguaje utilizado.
- Precisión en las preguntas.
- No influir en la respuesta.

- Evitar preguntas indiscretas
- Cuidar el orden de las preguntas.

PROBLEMAS

1.- Un empresario se ha gastado durante los últimos 5 años en publicidad, obteniendo las ventas que vienen expresadas en la siguiente tabla:

Gastos en Publicidad	100	120	130	125	150
Ventas de la Empresa	800	1000	1100	1250	1850

Obtener:

- El modelo lineal que relaciona ambas variables.
- Estudiar si dicho modelo puede servirle al empresario para realizar predicciones.
- Cual sería el volumen de ventas esperado este año si el empresario decide gastar en publicidad 130.

Razone todas sus respuestas.

Solución.-

a) De la tabla:

Gastos x_i	Ventas y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
100	800	10000	640000	80000
120	1000	14400	1000000	120000
130	1100	16900	1210000	143000
125	1250	15625	1562500	156250
150	1850	22500	3422500	277500
625	6000	79425	7835000	776750

obtenemos los momentos:

$$\begin{aligned}
 a_{10} &= 125 & a_{20} &= 15885 & m_{11} &= 5350 \\
 a_{01} &= 1200 & a_{02} &= 1567000 & m_{20} &= 260 \\
 a_{11} &= 155350 & & & m_{02} &= 127000
 \end{aligned}$$

Luego la recta de regresión de Y/X:

$$y - 1200 = \frac{5350}{260}(x - 125) \quad \leftrightarrow \quad y = 20,58x - 1372,1$$

b) Calculamos el coeficiente de determinación: $R^2 = \frac{5380^2}{260 \cdot 127000} = 0,867$ y como es superior a 0,85 el modelo es adecuado para realizar predicciones.

c) Si en la recta de regresión hacemos $x = 130$ se obtiene un volumen esperado de ventas $y \cong 1302,88$.

2.- Dada la siguiente distribución unidimensional:

x	2	5	7	8	12
n	1	3	8	3	5

Estudiar su asimetría y su apuntamiento.

Solución.-

De la tabla:

x_i	n_i	$x_i n_i$
2	1	2
5	3	15
7	8	56
8	3	24
12	5	60
	20	157

obtenemos la media $\bar{x} = \frac{157}{20} = 7,85$. Construimos entonces la tabla:

x_i	n_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$	$(x_i - \bar{x})^3$	$(x_i - \bar{x})^3 \cdot n_i$	$(x_i - \bar{x})^4$	$(x_i - \bar{x})^4 \cdot n_i$
2	1	-5,85	34,22	34,22	-200,20	-200,20	1171,18	1171,18
5	3	-2,85	8,12	24,37	-23,15	-69,45	65,98	197,93
7	8	-0,85	0,72	5,78	-0,61	-4,91	0,52	4,18
8	3	0,15	0,02	0,068	0,003	0,01	0,0005	0,0015
12	5	4,15	17,22	86,11	71,473	357,37	296,61	1483,07
	20			150,55		82,815		2856,35

de donde obtenemos los momentos y los coeficientes de asimetría (g_1) y curtosis (g_2):

$$m_2 = \text{Varianza} = \sigma^2 = \frac{150,55}{20} \cong 7,53 \rightarrow \sigma \cong 2,74$$

$$m_3 = \frac{82,815}{20} \cong 4,14 \rightarrow g_1 = \frac{m_3}{\sigma^3} \cong 0,20 \rightarrow \text{asimetría a la derecha o positiva}$$

$$m_4 = \frac{2856,35}{20} \cong 142,82 \rightarrow g_2 = \frac{m_4}{\sigma^4} - 3 \cong -0,48 \rightarrow \text{platicúrtica}$$